	345678910	Ar	Al	Ge	Mes	LR	Co	section
1. Olga la baleine	3	x				x		LY
2. Maisons à colorier	34					x	x	BB
3. Carrés qui disparaissent	34			x		x		SI
4. Les tables de tante Marie	34	x		x				GA
5. Le cerisier	345	x						RV
6. Les surfaces de Monsieur Minipot	45			x	x			GA
7. Cartable RMT	456	x						BE
8. Le parquet décoré	56	x		x	x			SI
9. Assiettes décoratives	56	x		x	x			UD
10. Des roses et des iris	567	x						BB
11. Nombres cachés	567	x				x		RZ
12. La boîte de cubes	67	x		x	x			LU
13. Ballon de football	678			x	x			BE
14. Les rubans	78	x	x					ISR
15. La main dans le sac	78	x				x		GP
16. Une figure connue	78			x				FC
17. Le manège	8	x		x	x			PR
18. L'interrogation	8	x				x	x	PR
19. Un oeil sur les âges	8	x				x		RZ

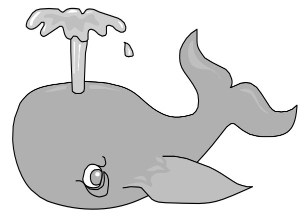
1. OLGA LA BALEINE (Cat. 3)

Olga la baleine se demande :

« Combien d'hommes faudrait-il pour obtenir mon poids ? »

Vous pouvez l'aider avec les indications suivantes :

- 5 vaches font le poids d'un éléphant ;
- 10 hommes font le poids d'une vache ;
- 30 éléphants font le poids d'une baleine.



Combien d'hommes faut-il pour obtenir le poids d'Olga ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver la réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : nombres naturels, multiplication, équivalences
- Organisation d'une recherche

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que les données ne sont pas communiquées dans l'ordre chronologique nécessaire à la résolution.
- Procéder à l'organisation des données en remontant progressivement des hommes jusqu'à la baleine (homme → vache → éléphant → baleine), ou l'inverse.
- Multiplier le nombre d'animaux à chaque étape, puis faire le produit final du nombre d'hommes ($30 \times 5 \times 10 = 1500$).
- Formuler la réponse en exprimant le poids de la baleine en respectant l'unité de mesure choisie (le poids de l'homme).

Ou : opérer au fur et à mesure de la lecture des informations, 5 vaches = 1 éléphant ; 10 hommes = 1 vache ; donc 1 éléphant = 50 hommes ; et comme 30 éléphants = 1 baleine, alors 1 baleine = 30 x 50 hommes, 1500 hommes.

Niveau : 3

Origine : Lyon

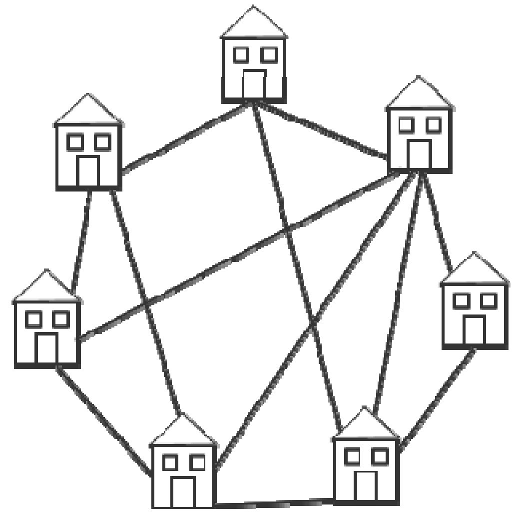
2. MAISONS À COLORIER (Cat. 3, 4)

Dimitri a dessiné 7 maisons et les a reliées par des chemins, comme le montre le dessin ci-contre.

Il demande à Corinne de colorier les maisons en respectant les règles suivantes :

- utiliser des couleurs différentes pour les maisons reliées par un chemin,
- utiliser le moins possible de couleurs.

Corinne réussit à satisfaire la demande de Dimitri en utilisant seulement 4 couleurs.



Pourriez-vous colorier les maisons, selon les mêmes règles, en utilisant moins de 4 couleurs ?

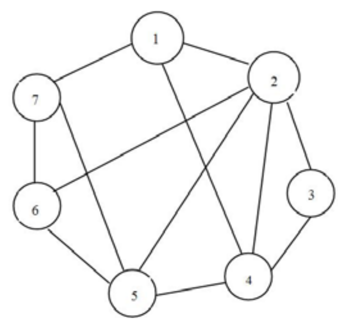
Si vous réussissez, montrez votre solution en coloriant les maisons.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique et raisonnement : déduction, combinatoire

Analyse de la tâche



- Commencer en coloriant, avec des couleurs différentes, deux maisons reliées entre elles et continuer à procéder pas à pas en tâchant de respecter les règles.

  Par exemple si 1 est colorié en rouge et 2 en bleu, 3 ne peut être bleu car reliée à 2, mais peut être rouge parce qu'elle n'est pas reliée à 1 ; 4 ne peut être ni rouge ni bleu car elle est reliée à 1 et 2 : elle peut être verte par exemple. Alors 5 ne peut être ni bleue ni verte …

  Etc.

Ou bien colorier une maison et repérer celles qui peuvent être éventuellement coloriées de la même couleur ou celles qui sont nécessairement d'une autre couleur. Continuer de la même manière en vérifiant à chaque étape que la contrainte est vérifiée.

Par exemple : colorier en premier la maison numéro 3 en rouge. Dans ce cas, les maisons 1 et 5 peuvent aussi être rouges; le maison 2 ne peut pas être rouge : elle peut être bleue par exemple; alors la maison 7 peut aussi être bleue. À ce stade, les maisons 4 et 6 doivent être d'une autre couleur, nécessairement vertes. Ou : se rendre compte que trois couleurs au moins sont nécessaires parce qu'il y a des triplets de maisons reliées entre elles, ex. 1-2-4; 2-3-4; 2-5-6; ...). Considérer par exemple le triangle 2-5-6 et attribuer une couleur différente à chaque sommet. Déduire les couleurs possibles pour les autres maisons en respectant les règles.

Ou : procéder par essais plus ou moins organisés avec contrôle de la contrainte et réajustements

- Réponse : 1, 3 et 5 d'une même couleur
  4 et 6 d'une deuxième couleur
  2 et 7 de la troisième couleur,

  Par exemple :

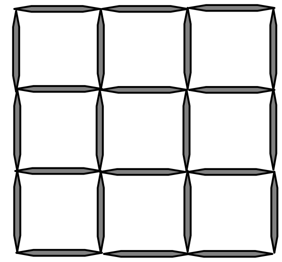
Maisons →	**1**	**3**	**5**	**4**	**6**	**2**	**7**
Réponse 1	B	B	B	V	V	R	R
Réponse 2	B	B	B	R	R	V	V
Réponse 3	V	V	V	B	B	R	R
Réponse 4	V	V	V	R	R	B	B
Réponse 5	R	R	R	B	B	V	V
Réponse 6	R	R	R	V	V	B	B

Niveau : 3, 4

Origine : Bourg en Bresse

3. LE JEU DES CARRÉS QUI DISPARAISSENT (Cat. 3, 4)

André et Marc ont inventé un jeu avec des cure-dents. Ils en ont disposé 24 qui forment une grille carrée, comme sur la figure ci-contre :



On peut voir beaucoup de carrés entiers dans cette grille : des petits, un grand et des autres, « moyens ».

Le jeu consiste à retirer 3 cure-dents pour qu'on voie le moins possible de carrés

Marc a retiré 3 cure-dents, mais on peut encore voir 7 carrés dans sa grille: 6 petits et 1 moyen. (figure A)

André a aussi retiré 3 cure-dents et il a fait mieux que Marc. On ne voit plus que 6 carrés dans sa grille : 5 petits et le grand. (figure B)

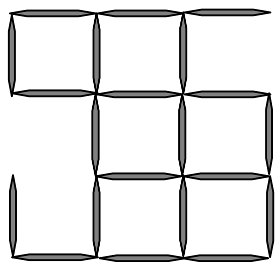


figure A : la grille de Marc

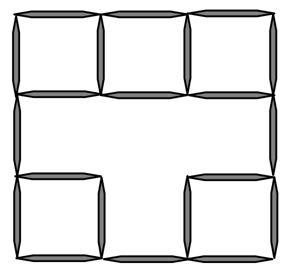


figure B : la grille d'André

Et vous, arriverez-vous à faire mieux que Marc en retirant 3 cure-dents de la grille complète ?

Essayez et dessinez votre meilleur résultat, celui où l'on voit le moins de carrés.

Indiquez combien de carrés on peut voir dans votre grille et marquez-les par des couleurs pour qu'on puisse bien les distinguer.

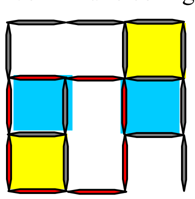
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

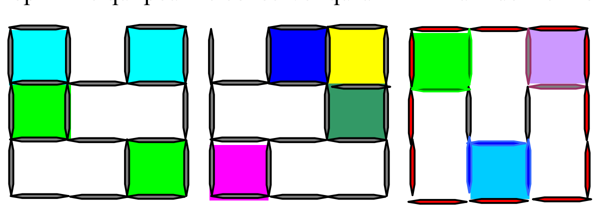
- Géométrie: organisation et visualisation dans le plan, reconnaissance de carrés

Analyse de la tâche

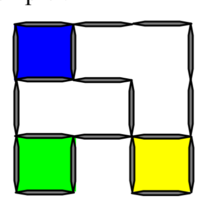
- Comprendre qu'il y a plusieurs grandeurs de carrés : le grand, les moyens (4) et les petits (9)-
- Comprendre qu'enlever un cure-dent revient à éliminer plusieurs carrés et que ce nombre dépend de la position du cure-dent enlevé sur la grille et des positions respectives des trois cure-dents. Par exemple en retirant un premier cure-dent du carré central, on élimine quatre carrés .
- Procéder ainsi en tâchant d'enlever des cure-dents qui permettent d'éliminer le plus grand nombre de carrés jusqu'à parvenir à une configuration optimale qui peut ne conserver qu'un minimum de 4 carrés. Par exemple :



solution non optimale « 5 »
(2 pts)



trois solutions optimales « 4 »
(4 points)



solution erronée car 4
cure-dents manquent (1 pt)

- Dessiner la configuration, de façon à ce que comprenne clairement quels sont les cure-dents qui ont été enlevés, indiquer le nombre de carrés obtenus et les colorier de manière à les distinguer clairement.

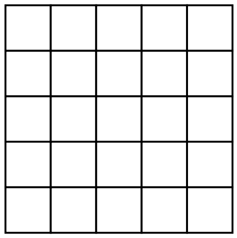
Niveau : 3, 4

Origine: Siena

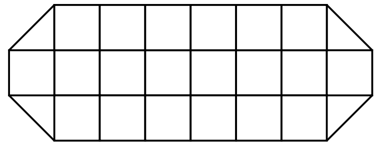
4. LES TABLES DE TANTE MARIE (Cat. 3, 4)

Tante Marie a deux vieilles tables de jardin dessinées ici,

une table carrée :

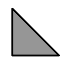


et une table allongée :



Elle décide de recouvrir ses tables avec des pièces de papier plastifié adhésif de deux sortes :

- des pièces carrées, rouges, de la même grandeur que les carrés des tables : 

- des pièces triangulaires, vertes, qui sont des moitiés de carré : 

Son travail fini, tante Marie remarque que les deux tables sont entièrement recouvertes et que les pièces sont placées correctement les unes à côté des autres, sans se chevaucher.
Elle remarque aussi qu'elle a utilisé 34 pièces pour chacune des deux tables, soit 68 pièces en tout.

Combien de carrés rouges et de triangles verts tante Marie a-t-elle utilisés pour recouvrir la table carrée ? Et la table allongée ?

Expliquer comment vous avez fait pour trouver vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : dénombrement
- Géométrie: carré, triangle, « mesure » de l'aire par pavage avec une unité de mesure appropriée.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il faut déterminer une unité de mesure (carré ou triangle)
- Se rendre compte de la relation entre les deux unités de mesure (moitié/double)
- Comprendre que, puisque tante Marie utilise 34 pièces pour chacune des deux tables, elle ne peut pas, pour paver la première table, utiliser uniquement des pièces carrés (il en faudrait alors uniquement 25). Pour l'autre table, il est évident que les formes seront mélangées, mais il faut aussi comprendre qu'il doit y en avoir 34. C'est le point central de la compréhension de l'énoncé.
- Pour la table carrée, on peut faire successivement plusieurs hypothèses sur le nombre de pièces carrées et sur le nombre correspondant de pièces triangulaires permettant de compléter le pavage, et vérifier s'il y a effectivement 34 pièces, avec un tableau comme celui-ci :

carrés	24	23	22	21	20	19	18	17	**16**	15
triangles	2	4	6	8	10	12	14	16	**18**	20
total des pièces	26	27	28	29	30	31	32	33	**34**	35

  jusqu'à retenir la solution : 16 morceaux carrés et 18 triangulaires. En procédant ainsi, même en concluant à partir d'un seul essai, on peut constater que la solution est unique. (Cet aspect pourra être repris lors d'une exploitation du problème en classe.)
- Pour la seconde table, utiliser par exemple un tableau comme le suivant, qui prend en compte le fait qu'il y a déjà obligatoirement 4 triangles :

triangles présents	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	**4**
carrés	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	**10**
autres triangles		2	4	6	8	10	12	14	16	18	**20**
total des pièces	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	**34**

Ou : « Couper » les carrés dans chacun des deux dessins jusqu'à obtenir 34 morceaux 16 c et 18 t pour la table carrée; 10 c et 24 t pour l'autre table.

Ou : comprendre que :

La table carrée étant formée de 25 carrés, 9 d'entre eux (34 - 25) devront être coupés en deux, ce qui donnera 18 t et 16 c (25-9)

Pour l'autre table, il y a 20 carrés et 4 triangles ; 10 c (34 - 4 - 20) devront alors être recouverts avec 20 triangles et les 10 autres pourront être recouverts par les carrés.

Ou : procéder par essais en partageant un carré après l'autre en triangles (si l'on veut en recourant aux couleurs rouge et verte), jusqu'à obtenir le nombre de pièces demandées, ou encore découper tous les carrés visibles en triangles pour ensuite recomposer le nombre nécessaire de carrés permettant d'obtenir les 34 pièces demandées. (L'utilisation des couleurs pour diverses formes de découpe, peut donner un sens à la diversité des deux modèles carré et triangulaire).

- Conclure que, pour la table carrée, tante Marie utilisera 18 triangles et 16 carrés, pour la table octogonale elle utilisera 24 triangles et10 carrés

Niveaux : 3, 4

Origine : Groupe "ellealquadrato" (groupe permanent pour la construction du concept d'aire)

5. LE CERISIER (Cat. 3, 4, 5)

Richard et Marc décident de cueillir les cerises du cerisier de leur jardin. Pour y parvenir, ils placent une échelle contre le tronc de l'arbre.

Richard monte à l'échelle. Quand il arrive au troisième barreau au-dessus de celui qui marque le milieu de l'échelle, il est effrayé par un oiseau qui s'envole! Alors, il redescend rapidement de 5 barreaux !

Marc, qui est resté au pied de l'échelle, lui dit alors de remonter de 9 barreaux pour être au sommet de l'échelle ... et pour pouvoir attraper toutes les cerises.

Combien y a-t-il de barreaux à l'échelle?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : les 4 opérations ; la « droite » des nombres

Analyse de la tâche

- Penser que le milieu de l'échelle est le point de référence et ensuite raisonner seulement avec les nombres donnés par le problème, + 3 - 5 + 9 = 7. Trouver qu'il y a 7 barreaux au-dessus de celui qui marque le milieu de l'échelle et donc que l'échelle comprend 15 échelons (7+1+7).

Ou, s'aider du dessin d'une droite orientée (ou d'une échelle) en marquant les différentes positions occupées par Richard et procéder comme ci-dessus ou en comptant les barreaux.

Niveau : 3, 4, 5

Origine : Riva del Garda

6. LES SURFACES DE M. MINIPOT (Cat. 4, 5)

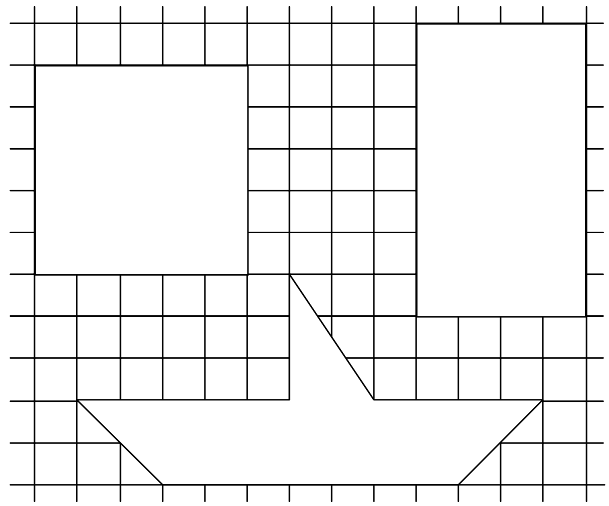
M. Minipot veut peindre les surfaces dessinées ci-contre en mettant toujours la même épaisseur de peinture.

Il possède trois pots de peinture identiques.

Il en utilise un, complètement, pour peindre la surface carrée.

Avec les deux pots qui restent, et en mettant la même épaisseur de peinture partout, pourra-t-il peindre entièrement les deux autres surfaces ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.



ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : figures planes, carré, rectangle, trapèze, triangle, décomposition d'une figure
- Grandeurs et mesures : mesure de l'aire d'une surface avec une unité d'aire appropriée, comparaison d'aires

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation : voir qu'on ne peut pas simplement attribuer un pot à chaque figure et qu'il faut analyser plus attentivement le problème, qu'il s'agit de s'intéresser à ce qu'on peint (la surface) et non à la forme ou la grandeur apparente des figures.
- Entamer une procédure de comparaison des aires des figures en remarquant tout d'abord que le rectangle semble plus grand que le carré, mais que pour en être sûr il faut diviser les figures selon le quadrillage donné (en prolongeant le quadrillage à l'intérieur des figures) pour trouver, en comptant les carreaux (unités d'aire) que le carré vaut 25 carreaux, et le rectangle 28.
- "Mesurer" le bateau, en le reproduisant et en le découpant en 4 parties: la voile et trois parties pour la coque : le rectangle 7 x 2 (carreaux) et les deux triangles "latéraux" qui, réunis, forment un carré 2 x 2 (carreaux)

  - calculer le nombre de carreaux de la coque: 14 c pour le rectangle ; 4 c pour le carré.

  - le triangle-voile constitue la difficulté du problème. Elle se résout facilement si on considère le triangle en tant que la moitié d'un rectangle de 2 c de largeur et 3 c de longueur (en coté de carreaux), donc d'aire 3 carreaux. Autrement voir le triangle, recoupé en petits morceaux, comme un rectangle 3 x 1. On peut aussi arriver à un rectangle de 1,5 x 2 !!,
- Trouver alors que l'aire totale du navire mesure 21 carreaux : 14 c + 4 c + 3c.

Ou bien, par calcul du nombre de carreaux de la coque :

- trouver la mesure de l'aire en carreaux, en calculant l'aire du trapèze (coque) de bases (en coté de carreaux) 7 c, et 11c, et de hauteur (en coté de carreaux) 2 c, soit 18 carreaux et celle du triangle de côtés 3 c et 2 c, soit 3 carreaux.
- Pour répondre à la demande du problème: déduire qu'un pot de peinture permet de recouvrir 25 carreaux et 2 pots permettent d'en recouvrir 50.
- Ajouter les mesures d'aires des deux surfaces (28 + 21 = 49, en c) pour trouver que les pots restants suffisent et qu'il subsiste l'équivalent d'un carreau de peinture.

  Ou comprendre qu'avec un pot complet de peinture et un "peu" (l'équivalent de 3 carreaux) de l'autre, on peut peindre le rectangle, et qu'avec la peinture restante (l'équivalent de 22 carreaux) on peut peindre complètement le bateau, et qu'il reste non utilisé l'équivalent d'un carreau de peinture.

Ou bien: chercher à recouvrir deux carrés avec des morceaux provenant du redécoupage du rectangle et du bateau (méthode un peu plus complexe).

- Rédiger les explications demandées et la réponse.

Niveau : 4, 5

Origine : Groupe "ellealquadrato" (groupe permanent pour la construction du concept d'aire)

7. CARTABLE RMT (Cat. 4, 5, 6)

Philippe et Pierre ont acheté le même cartable de la marque RMT.
Dans son cartable Philippe a mis 2 classeurs, 6 cahiers et 3 livres.
Pierre a déposé dans son cartable, 1 classeur, 8 cahiers et 2 livres.

Pierre et Philippe savent que le poids d'un classeur est égal au poids de 4 cahiers mais est aussi égal au poids de 2 livres.

Qui a le cartable le plus lourd ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : équivalence, addition, multiplication

Analyse de la tâche

- Comprendre que le poids du cartable vide n'intervient pas dans la comparaison puisque les deux amis possèdent le même cartable.
- Dresser la liste du matériel de Philippe et Pierre, par exemple sous la forme d'un tableau :

Philippe	Pierre
2 classeurs	1 classeur
6 cahiers	8 cahiers
3 livres	2 livres

- Déduire des informations de l'énoncé que le poids d'un livre est égal au poids de 2 cahiers
- Rechercher les équivalences choisir une unité de mesure et exprimer chaque matériel avec cette unité, par exemple en cahiers (la plus petite unité commune). Additionner les cahiers pour chaque ami. Exprimer ce travail par exemple sous la forme d'un tableau :

Philippe		Pierre	
2 classeurs	8 cahiers	1 classeur	4 cahiers
6 cahiers	6 cahiers	8 cahiers	8 cahiers
3 livres	6 cahiers	2 livres	4 cahiers
Total	20 cahiers	Total	16 cahiers

Ou : repérer des équivalences, et ôter ce qui est commun (mise en évidence).

Philippe		Pierre	
~~2 classeurs~~	1 classeur	~~1 classeur~~	0 classeur
~~6 cahiers~~	0 cahier	~~8 cahiers~~	2 cahiers
~~3 livres~~	1 livre	~~2 livres~~	0 livre

- Déduire que le cartable de Philippe est plus lourd que celui de Pierre puisqu'un classeur (soit 4 cahiers) est plus lourd que 2 cahiers.

  Chercher les équivalences et les exprimer dans la plus petite unité, par exemple sous forme de tableau.

Philippe		Pierre	
1 classeur	4 cahiers	0 classeur	
0 cahier		2 cahiers	2 cahiers
1 livre	2 cahiers	0 livre	
Total	6 cahiers	Total	2 cahiers

Ou : attribuer un poids à un des éléments et déterminer le poids des deux autres. Par exemple 200 g pour un classeur ; 50 g pour un cahier ; 100 g pour un livre. Ensuite calculer le poids de chaque cartable :

- pour Philippe : 2 x 200 + 6 x 50 + 3 x 100 = 1000 (en g)
- pour Pierre : 200 + 8 x 50 + 2 x 100 = 800 (en g)

Conclure que le cartable le plus lourd est celui de Philippe.

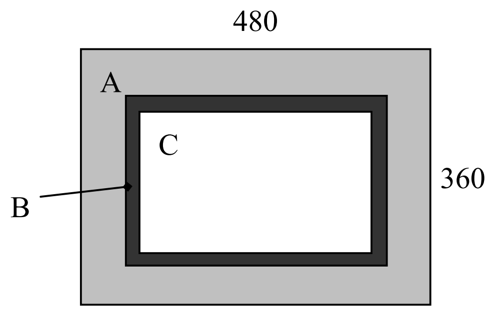
Niveau : 4, 5, 6

Origine : Belgique

8. LE PARQUET DÉCORÉ (Cat. 5, 6)

Le sol de la chambre d'Alice a la forme d'un rectangle dont les côtés mesurent exactement 360 cm et 480 cm.

Alice veut recouvrir le sol d'un parquet composé de carreaux carrés de 20 cm de côté qui forment le dessin suivant :



- La partie A (en gris clair) sera formée de 3 rangs de carreaux de chêne, posés le long des bords de la chambre.
- La partie B (en gris foncé) sera constituée d'un seul rang de carreaux décorés, posés à côté de ceux de la partie A.
- La partie C (en blanc), au centre, sera un rectangle constitué de carreaux en pin, plus clairs que les précédents.

Combien de carreaux de chêne, combien de carreaux décorés et combien de carreaux de pin seront nécessaires pour paver la chambre d'Alice ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissance

- Géométrie : rectangle ; pavage
- Grandeurs et mesures : périmètre et aire
- Arithmétique : les quatre opérations

Analyse de la tâche

- Imaginer que la chambre sera entièrement et exactement quadrillée par les carreaux de parquet, c'est-à-dire qu'il y aura un nombre entier de carreaux dans la longueur et la largeur.
- Calculer le nombre de carreaux dans la longueur et dans la largeur de la pièce : 480 : 20 = 24, 360 : 20 = 18.
- Construire un modèle de la chambre sur une feuille de papier quadrillé ou pointé, de 18 x 24 carrés et dessiner les rangs successifs et les distinguer, puis compter les carrés de chaque type : au centre 10 x 16 = 160, la cadre par exemple : 2(10 + 16) + 4 = 56, le bord par exemple : 12 x 18 + 4 x 9 = 216

  Bien que ce ne soit pas indispensable, on peut terminer en vérifiant que la somme de tous les carreaux (216 + 56 + 160 = 432) est égale au nombre de carreaux dans la chambre (aire du rectangle : 24 x 18= 432).

Ou, sans recourir au dessin sur papier quadrillé,

- déduire les dimensions du rectangle central en côtés de carreaux (ou en cm, ce qui est plus difficile) en retranchant les huit rangs des zones A et B : 24 – 8 = 16 et 18 – 8 = 10. Puis calculer le nombre de carreaux correspondants : 160, puis procéder comme précédemment ou par rectangles successifs 12 x 18 = 216 et 18 x 24 = 432 puis par soustractions : 216 – 160 = 56 ; 432 - 160 - 56 = 216

Ou, sans envisager les carreaux et côtés de carreaux comme unités, mais en restant en cm^2 et cm, utiliser la démarche précédente, utilisant de grands nombres et de nombreuses multiplications et divisions par 20. Par exemple, calculer qu'un carreau a une aire de 400 cm^2, calculer que l'aire totale est 172800 cm^2, trouver que les dimensions du rectangle intérieur sont 480 – (8 x 20) = 320 et 380 -(8 x 20) = 200, etc...

Niveau : 5, 6

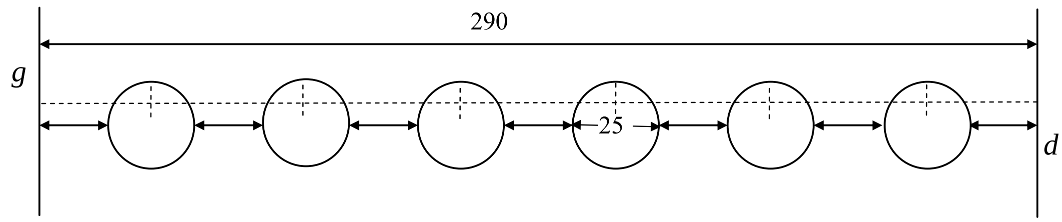
Origine: Siena

9. ASSIETTES DÉCORATIVES (Cat. 5, 6)

Pour embellir un mur de sa cuisine, Louis a acheté six assiettes décorées, de 25 cm de diamètre chacune, à fixer sur une paroi de 290 cm de longueur.

Chaque assiette est accrochée à un clou, placé derrière l'assiette, au-dessus de son centre.

Louis veut accrocher les assiettes pour qu'elles soient alignées à la même hauteur. Il veut aussi que les distances entre deux assiettes voisines, la distance entre l'assiette de gauche et le mur de gauche, la distance entre l'assiette de droite et le mur de droite soient toutes égales, comme sur le dessin ci-dessous.



(Sur ce dessin, les lignes *g* et *d* indiquent les extrémités gauche et droite de la paroi. Les lignes en pointillés montrent où il faudra planter les clous.)

À quelle distance de la gauche du mur Louis doit-il planter chacun des six clous pour accrocher les assiettes ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissance

- Géométrie : mesure et grandeurs, intervalles réguliers
- Arithmétique : opérations

Analyse de la tâche

- Comprendre que la distance entre le premier clou et le mur de gauche et celle entre le dernier clou et le mur de droite sont différentes des distances entre deux clous consécutifs.
- Enlever de la longueur du mur les diamètres de toutes les assiettes pour trouver 140 cm (290 – 6 x 25).
- Diviser la longueur trouvée en 7 intervalles égaux (les 5 intervalles entre deux assiettes consécutives + l'intervalle entre la première assiette et *g* + l'intervalle entre la dernière assiette et *d*), 140 : 7 = 20 cm.
- Se rendre compte que pour trouver la distance entre le mur et le premier clou, il faut additionner la longueur d'une des parties trouvées (20 cm) avec la moitié du diamètre d'une assiette : 20 + 25 : 2 = 32,5 cm ; et que pour trouver les distances des clous successifs à partir du mur de gauche, il est nécessaire d'additionner une fois, deux fois, ... à cette première distance (32,5) la somme d'un diamètre entier d'une assiette et de la distance entre deux plats (45 cm) :

  1° clou : 32,5 – 2° clou : 77,5 – 3° clou : 122,5 – 4° clou : 167,5 – 5° clou : 212,5 – 6° clou 257,5 (en cm)

Niveau : 5, 6

Origine: Udine

10. DES ROSES ET DES IRIS (Cat. 5, 6, 7)

Isidore, le fleuriste, a des roses et des iris. Il en fait 6 bouquets, sans mélanger les deux sortes de fleurs : certains avec des roses seulement, les autres avec des iris seulement. À la fin, il a utilisé toutes ses fleurs et a constitué ces bouquets : un bouquet de 3 fleurs, un de 5 fleurs, un de 7 fleurs, un de 10 fleurs, un de 15 fleurs et le dernier de 20 fleurs.

Isidore regarde l'un de ses bouquets et se dit : « Si je vends celui-ci, le nombre de roses qui me resteront sera le double de celui des iris qui me resteront».

Quel bouquet Isidore regarde-t-il ?

Expliquez comment vous avez trouvé et dites de quelles fleurs pourraient être composés chacun des cinq bouquets qui restent.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : addition de nombres naturels et partage en deux parties dont l'une est le double de l'autre

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation : bouquets composés soit d'iris, soit de roses, sans bouquets mixtes ; les fleurs qui resteront après la vente d'un bouquet seront celles qui composent les cinq autres bouquets, toujours des roses ou des iris.
- Travailler par essais sans organisation :

  vente du premier bouquet de 3 fleurs ; il reste 5 + 7 + 10 + 15 + 20 = 57 fleurs ; recherche d'une répartition « nombre de roses est le double du nombre d'iris» : impossible avec un seul bouquet d'iris, impossible avec 2 bouquets d'iris, impossible avec 3 bouquets, etc. et se rendre compte qu'on ne pourra pas arriver avec les nombres à disposition à une somme de 19 pour les iris et 38 pour les roses ;

  même démarche pour la vente du deuxième bouquet, etc.

  découverte qu'avec le cinquième bouquet de 15 fleurs, il reste 3 + 5 + 7 + 10 + 20 = 45 fleurs qu'on peut répartir entre 5 + 10 iris et 3 + 7 + 20 = 30 roses, ou entre 3 + 5 + 7 iris et 10 + 20 roses ;

  vérifier que, avec le sixième bouquet, il reste 40 fleurs et que la répartition est impossible.

Ou : calculer le nombre total de fleurs : 3 + 5 + 7 + 10 + 15 + 20 = 60 ; se rendre compte qu'il faudra essayer toutes les possibilités pour les restes après la vente d'un bouquet : 60 – 3 = 57 ; 60 – 5 = 55 ; 60 - 7 = 53 ; 60 – 10 = 50 ; 60 – 15 = 45 ; 60 – 20 = 40 ; et se rendre compte en outre que si le nombre de roses qui restent est le double de celui des iris, le nombre total de fleurs restant sera le triple de celui des iris et ne considérer par conséquent que les multiples de 3 : 57 et 45. Voir, comme précédemment, que pour le premier cas la répartition 19 - 38 n'est pas possible et que seule la répartition 15 - 30 permet d'arriver aux solutions : vente du bouquet de 15 fleurs, il reste 2 bouquets de 5 et 10 iris et 3 bouquets de 3, 7 et 20 roses ou bien il reste 3 bouquets de 3, 5 et 7 iris et 2 bouquets de 10 et 20 roses.

Niveau : 5, 6, 7

Origine : Bourg-en-Bresse (d'après Perelman, La mathématique vivante, Cedic)

11. NOMBRES CACHÉS (Cat. 5, 6, 7)

Albert lance un défi à son ami Jean.

« Regarde ce tableau : chaque symbole correspond à un nombre entier, formé d'un ou de deux chiffres. Un même symbole correspond toujours à un même nombre !

La somme des nombres d'une ligne est inscrite dans la dernière case à droite, la somme des nombres d'une colonne est inscrite dans la dernière case en bas.

Quels sont les nombres représentés par les quatre symboles ? »

Aidez Jean à trouver ces nombres.

Expliquez votre raisonnement.

★	△	★	□	**29**
○	★	○	○	**30**
△	□	△	△	**13**
□	□	★	○	**20**
23	**18**	**34**	**17**	

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissance

- Arithmétique : les quatre opérations dans l'ensemble des naturels.
- Logique : formuler des hypothèses qui tiennent compte des relations et des conditions exprimées dans le texte; attribuer à un symbole un sens cohérent avec les données assignées par le texte.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'un même symbole correspond toujours à un même nombre, formé d'un ou deux chiffres.
- Démarche « essai erreur », attribuer des valeurs aux différents symboles, effectuer les additions et comparer les résultats avec les nombres écrits à la fin des lignes et des colonnes.

Ou : procéder par comparaison et déduction, par exemple :

comparer la première ligne et la première colonne et déduire que la valeur du symbole « étoile » équivaut à la valeur du « cercle » plus 6. Par la suite, à partir de la seconde ligne, trouver la valeur du « cercle » : 4 x "cercles" + 6 = 30, soit 4 x « cercle » = 24, donc « cercle » = 24 : 4 = 6 ;

trouver ensuite la valeur du symbole « étoile » : 6 + 6 = 12 ;

observer la 3e colonne et trouver la valeur du « triangle » : 34 – (12 + 12 + 6) = 4; ou, à partir de la 4e ligne, trouver la valeur du « carré » : [20 – (12 + 6)] / 2 = 1.

Ou : procéder par hypothèse et déduction, par exemple : observer que la deuxième ligne est composée de trois « cercles » et une « étoile »; attribuer au « cercle » une valeur, par exemple : 1. En remplaçant les « cercles » par la valeur assignée, trouver la valeur de l'« étoile », dans ce cas, 30 - 3 = 27. De suite comparer avec le total de la deuxième colonne et se rendre compte que la valeur de l'« étoile» ne peut être 27 car elle est supérieure au résultat de la colonne (18). En effectuant d'autres tentatives et comparaisons, déduire la valeur du cercle qui est 6 et la valeur de l'étoile qui est 12. De la troisième colonne, on tire la valeur du « triangle » : 34 – [12 + 12 + 6] = 4.

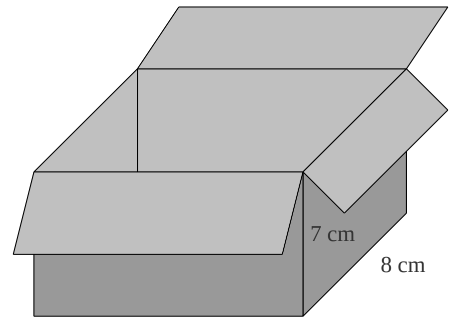
À ce moment, la valeur du carré peut être trouvée directement.

Niveau : 5, 6, 7

Origine: Rozzano

12. LA BOÎTE DE CUBES (Cat. 6, 7)

François a une boîte en forme de parallélépipède rectangle de dimensions intérieures13 cm, 8 cm et 7 cm.



Il dispose de nombreux cubes en bois,
les uns de 2 cm d'arête, les autres de 1cm d'arête.
François veut remplir complètement la boîte avec le moins possible de cubes.

Combien doit-il en mettre de chaque sorte ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : visualisation spatiale, cube et parallélépipède rectangle
- Grandeurs et mesures : concept de volume, volume du cube et du parallélépipède rectangle ; unité de mesure pour les volumes
- Arithmétique : divisibilité, nombres pairs et impairs

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'on ne peut pas remplir complètement la boîte en utilisant uniquement des cubes de 2cm d'arête, même si le calcul du volume de la boîte divisé par le volume d'un cube de 2 cm d'arête donne un résultat entier (728 : 8 = 91)
- Constater qu'on peut mettre au maximum 72 cubes de 2cm d'arête dans la boîte (6 x 3 x 4 = 72).
- Se rendre compte que pour remplir la boîte on doit ajouter des cubes sur la longueur et sur la hauteur.
- Deux méthodes sont envisageables pour trouver le nombre de cubes de 1cm d'arête :

  calculer le volume du parallélépipède (728 cm^3) et celui occupé par les cubes de 2 cm d'arête (72 x 8 = 576 cm^3), faire la différence (728 - 576) et trouver que 152 cm^3 est le volume occupé par les cubes de 1cm d'arête; comprendre que 152 exprime aussi le nombre de cubes de 1 cm d'arête ;

  ou bien, compter directement les cubes (p. ex. 7 x 8 + 13 x 8 – 8 = 152) en utilisant par exemple les notions de nombres pairs et impairs, à chaque mesure de longueur impaire correspond la présence de cubes d'1cm d'arête.

Niveau : 6, 7

Origine : Luxembourg

13. BALLON DE FOOTBALL (Cat. 6, 7, 8)

Un ballon de football est formé de 12 pentagones réguliers et de 20 hexagones réguliers maintenus entre eux par des coutures.
Leurs côtés mesurent tous 4,5 cm.

Quelle est la longueur totale des coutures ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : forme géométrique, pavage (3D)
- Grandeurs et mesures : périmètre, unité de longueur

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que le ballon (« sphérique ») est assimilable à un polyèdre (icosaèdre tronqué) et que toute pièce est forcément attachée à d'autres, par ses côtés.
- Comprendre que tout côté est cousu avec un autre, donc que le nombre total de côtés doit être divisé par 2 pour obtenir le nombre de coutures.
- Déterminer le nombre de coutures en comptant tous les côtés de polygones et en divisant par 2 :
  (12 x 5 + 20 x 6) : 2 = 90

Ou, déterminer le nombre de coutures à partir de l'analyse du dessin, constatant qu'à chaque pentagone sont associés 5 hexagones, donc 12 x 5 coutures, et que chaque hexagone possède 3 coutures avec un autre hexagone, soit [(20 x 3) : 2] coutures ; au total (12 x 5) + (20 x 3) : 2 = 90.

L'utilisation de diverses procédures de calcul permet de vérifier les réponses obtenues.

- Calculer la longueur de la couture : 90 x 4,5 cm, soit 405 cm

Niveau : 6, 7, 8

Origine : Belgique

14. LES RUBANS (Cat. 7, 8)

Anne, Béatrice, Claude et Danielle ont chacune un ruban.

Elles s'amusent à les mettre les uns à la suite des autres, bout à bout.

Ainsi :

- Anne, Béatrice et Claude obtiennent un « ruban » de 162 cm.
- Anne, Béatrice et Danielle obtiennent un « ruban » de 175 cm.
- Anne, Claude et Danielle obtiennent un « ruban » de 156 cm.
- Béatrice, Claude et Danielle obtiennent un « ruban » de 170 cm.

Qui de Anne, Béatrice, Claude et Danielle possède le plus long ruban ?

Quelle est la longueur de chacun des rubans ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : les quatre opérations
- Algèbre, résolution d'un système d'équations ou ébauche d'un raisonnement « rhétorique »

Analyse de la tâche

- Lire attentivement l'énoncé pour comprendre que tous les rubans fictifs sont composés de trois des quatre rubans donnés et que dans chacun des cas, il en manque un.
- Les 13 cm de différence entre le premier ruban fictif A + B + C = 162 cm et le deuxième A + B + D = 175 cm sont dus au remplacement de C par D. On peut en déduire que D mesure 13 cm de plus que C.

  De la même manière, on trouve que C mesure 19 cm de moins que B, que B mesure 14 cm de plus que A et, en comparant le premier et le dernier ruban, que D mesure 8 cm de plus que A.
- Une synthèse de trois de ces quatre comparaisons, réalisée graphiquement en dessinant des rubans côte à côte avec une origine commune, ou par substitutions (Si D = C + 13 et si C = B – 19 alors D = (B – 19) + 13 = B – 6, etc.) permet de constater que les longueurs des rubans sont dans l'ordre :

  C ; A = C + 5 ; D = C +13 ; B = C + 19.

  En utilisant ces relations et l'une (quelconque) des données de l'énoncé, déterminer la longueur de C et en déduire toutes les autres longueurs.

Ou : trouver la longueur de chacun des rubans, algébriquement en résolvant le système qui traduit les quatre indications :

A + B + C = 162

A + B + D = 175

A + C + D = 156

B + C + D = 170 dont la solution est A = 51, B = 65, C = 46 et D = 59

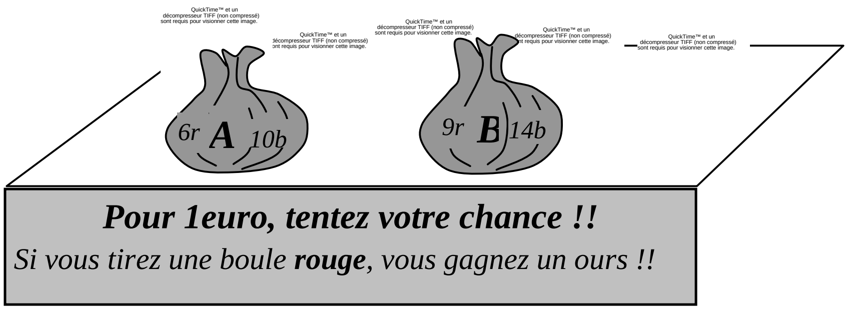
Ou : procéder arithmétiquement par essais successifs en fixant arbitrairement, par exemple, la longueur de B à 70 cm et en calculant les autres selon les comparaisons précédentes A = 56, C = 51 et D = 64. Si on additionne ces valeurs pour A + B + C on trouve 177, ce qui est 15 de plus que la donnée (162). Il faut donc retrancher 5 (15 : 3) à chacun de ces nombres pour arriver aux réponses exactes.

Ou : constater que la somme des longueurs des quatre rubans fictifs où apparaît trois fois chaque ruban est 663 (3A + 3B + 3C + 3D = 663) et que, par conséquent, les quatre rubans réels ont une longueur totale, en cm, de 663 : 3 = 221. Par différence, on trouve alors que D = 221 – 162 = 59, etc.

Niveau : 7, 8

Origine : Israël

15. LA MAIN DANS LE SAC (Cat. 7, 8)



À la fête du village, un forain propose aux passants le jeu suivant :

Donnez-moi un euro et tirez une seule boule dans le sac de votre choix.

Si la boule est rouge, vous gagnez un ours en peluche !

Dans le sac A, il y a 6 boules rouges et 10 boules blanches

Dans le sac B, il y a 9 boules rouges et 14 boules blanches

Toutes les boules sont de même grandeur, de même poids et de même matière.

Les sacs sont opaques et l'on ne peut pas voir les boules qu'ils contiennent, on ne peut qu'y plonger la main pour tirer une boule.

Vous n'avez qu'un euro en poche et vous aimeriez bien gagner un ours.

Dans quel sac préférez-vous tirer une boule ?

Expliquez pourquoi.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Probabilités intuitives
- Arithmétique : proportionnalité, rapports

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il faut choisir un des deux sacs (dont les contenus sont différents), qu'il faut espérer « tirer une boule rouge » dans le sac choisi, ce qui revient aussi à « ne pas tirer une boule blanche ».
- Comprendre qu'il ne faut pas simplement comparer les nombres de boules rouges (9 > 6) et choisir le sac B parce qu'elles y sont plus nombreuses ou les nombres boules blanches (14 > 10) et choisir le sac A car on risque moins d'en tirer une boule blanche (perdante). L'abandon de cette conception devrait s'appuyer, par exemple, sur la contradiction entre les deux démarches qui en découlent :

  « tirer une boule rouge dans le sac où il y en a le plus » conduit à choisir le sac B d'une part, et

  « tirer une blanche dans le sac où il y en a le moins » conduit à choisir le sac A d'autre part.
- Tenir compte simultanément des quatre nombres de boules donnés (car il ne suffit pas de considérer séparément les couples (6 ; 9) et pas (10 ; 14) ou l'inverse.)

  Dans ce contexte, suivant les âges, les élèves se placent spontanément dans un cadre additif. On rencontre généralement deux démarches erronées :

  1- Calculer les écarts entre les nombres de boules d'un même sac (4 boules blanches de plus que de rouges pour A et 5 pour B). Conclure alors au choix de A, « car dans B il y a plus de boules blanches en plus que dans A ».

  2- Calculer les variations des nombres de boules d'une même couleur d'un sac à l'autre (+ 3 rouges et + 4 blanches de A à B). Conclure aussi au choix de A, « car de A à B, on ajoute plus de boules blanches que de rouges.

  Dans ce cadre additif, la conclusion que le sac A est plus favorable peut sembler faire appel à une intuition probabiliste : en ajoutant plus de boules blanches que de rouges pour passer d'un sac à l'autre, on augmente le poids relatif des blanches et l'on a plus de « risques » de tirer une boule perdante. Mais ce raisonnement de nature pré probabiliste n'est décelable que si l'élève explique comment il aboutit à sa conclusion, ce qui n'est pas fréquent.

  Ce raisonnement additif peut être invalidé en l'appliquant à d'autres exemples de sacs fictifs pour lesquels, par une approche intuitive, on peut estimer que les chances de gagner sont les mêmes.

  Par exemple, dans un sac A', « double sac A », contenant 12 rouges et 20 blanches, il y a autant de chances de gagner qu'avec A. Mais, selon la démarche 1, il y aurait 8 « boules blanches en plus que de rouges », alors que dans le sac B il y en a 5. On opterait alors pour le sac B plutôt que A' ou que A, contrairement au choix précédent.

La conclusion que A est plus favorable, reposant dans la démarche 2 sur les variations des boules de même couleur avec le sac B (+ 3 rouges dans B et + 4 blanches) et faisant également apparaître une augmentation supérieure des blanches par rapport aux rouges, est à rejeter comme précédemment.

- Se placer dans un cadre multiplicatif ou de proportionnalité et comprendre qu'il faut considérer les quantités relatives des boules rouges par rapport aux blanches ou par rapport à l'ensemble des boules contenues dans chacun des sacs.
- Choisir le sac qui donne une meilleure « chance » de gagner, c'est-à-dire, dans une appréhension probabiliste, choisir celui qui contient la plus forte proportion de boules rouges.
- Deux types de rapports peuvent être considérés pour comparer les deux sacs :

  Soit, pour chacun des sacs, le rapport du nombre des boules rouges à celui des blanches : 6/10 dans A et 9/14 dans B. Pour les comparer, on peut les exprimer en décimaux : 0,6 pour A et 0,643 pour B, ou par fractions équivalentes : 42/70 pour A et 45/70 pour B ou en pourcentages : 60 % pour A et 64,3 % pour B. D'où le choix de B.

  Soit, pour chaque sac, le rapport du nombre des boules rouges parmi toutes (probabilité de tirer une boule rouge) : 6/16 = 0,375 = 138/368 = 37,5 % pour A et 9/23 = 0,391 = 144/368 = 39,1 % pour B.

  D'où encore le choix de B.
- Exprimer la réponse sans confondre une réponse probabiliste du genre « nombre de chances sur ... de tirer une boule rouge » avec une réponse se référant aux rapport rouges/blanches. Par exemple, il est correct de dire « ... car on a 37,5 chances sur 100 de tirer une boule rouge dans A et 39,1 chances sur 100 dans B », mais il n'est pas correct de dire « 60 chances sur 100 dans A et 64,3 chances sur 100 dans B ».

  Notons que l'usage du mot « chance » est source d'ambiguïtés. Il n'a pas le même sens dans « avoir plus de chance de tirer une boule rouge dans B que dans A » qui est une évaluation qualitative, et dans « j'ai 6 chances sur 16 de tirer une boule rouge dans A » qui est une appréciation quantitative de la probabilité dans laquelle les « chances » sont assimilées aux boules gagnantes, ce qui peut être source de confusions quand on énonce : « j'ai 37,5 chances sur 100 de tirer une boule rouge de A ».

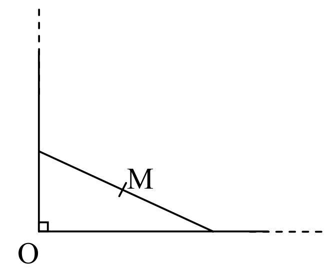
Niveau : 7, 8

Origine : Groupe « probabilités»

16. Une figure connue (CAT. 7, 8)

Pierre a dessiné un angle droit de sommet O avec son équerre. Puis il a posé sa règle de manière à ce que ses extrémités soient sur les deux côtés de l'angle. Il marque alors sur sa feuille l'emplacement du milieu M de la règle.

En donnant différentes positions à sa règle, en maintenant toujours ses extrémités sur les côtés de l'angle, il remarque que les points M ainsi tracés semblent être situés sur une figure qu'il connaît.



Décrivez cette figure et dessinez-la.

Expliquez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : diagonales d'un rectangle, circonférence, figure comme ensemble de points (lieu géométrique)

Analyse de la tâche

- Procéder par simple « manipulation » en prenant par exemple une tige de carton avec un trou en son centre et en créant matériellement un angle droit permettant d'appuyer la tige de carton. Il suffit alors de déplacer la tige en mettant une pointe de crayon dans le trou. On verra alors se tracer un quart de cercle.

Ou :

- dessiner un angle droit dont les côtés sont plus longs que la règle, faire quelques essais avec la règle ;
- déterminer la trace d'un arc de cercle centré sur le sommet de l'angle, de rayon égal à la moitié de la longueur de la règle ;
- expliquer que OM est constant, puisque c'est la médiane issue de l'angle droit du triangle rectangle formé avec la règle, égale à la moitié de l'hypoténuse ;

  ou : remarquer que M est le centre du rectangle construit sur O et les extrémités de la règle ;
- en déduire que OM est la moitié de la longueur d'une diagonale, l'autre diagonale étant formée par la règle.
- conclure que OM est constant et que M est sur le cercle de centre O de rayon égale à la moitié de la longueur de la règle.
- Remarquer que dans tous les cas seul le quart du cercle contenu dans l'angle droit peut être obtenu (premier cadran).

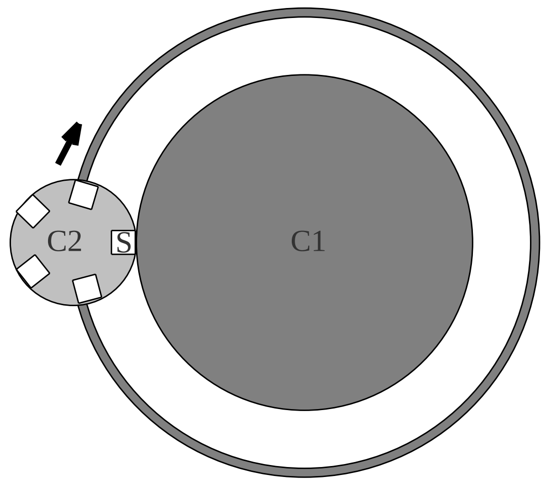
Niveau : 7, 8

Origine : Franche-Comté

17. LE MANÈGE (Cat. 8)

À la fête sur la Grand Place, le manège préféré des enfants est formé par deux plates-formes circulaires comme sur le dessin. La plate-forme C1, de 8 m de diamètre est fixe ; la plate-forme C2, de 3 m de diamètre sur laquelle les enfants s'assoient, roule sans glisser sur C1 dans le sens des aiguilles d'une montre en tournant autour de son axe.

Léo s'est assis sur le siège S.



Quel est le nombre minimum de tours complets que doit faire la plateforme C2 sur son propre axe, pendant qu'elle tourne autour de C1, pour que Léo se retrouve dans la même position qu'au départ, comme sur le dessin?

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Géométrie : disque et cercle
- Grandeurs et mesures : longueur et mesure de la circonférence du cercle
- Arithmétique : plus petit commun multiple

Analyse de la tâche

- Comprendre comment le disque C2 tourne autour de son propre axe tout en roulant sur la circonférence de C1. Repérer la position de départ par la coïncidence du point S lié au disque C2 avec le point T qui se trouve sur C1 au contact des deux disques et comprendre que le point S tourne avec la plate-forme C2.
- Comprendre que le point S se trouve à nouveau au contact de C1, après un tour complet de la plate-forme C2, coïncidant avec le point T_1 de C1 et que l'arc TT_1 sur C1 a alors pour longueur 3·.
- Calculer la longueur de la circonférence de C1 (8π) et se rendre compte que, lorsque C2 a parcouru toute la circonférence de C1, le point S ne revient pas au point de départ T, car 8 n'est pas un multiple de 3.
- Comprendre alors qu'il faut trouver le plus petit multiple de 3π qui soit aussi multiple de 8π, c'est-à-dire le plus petit commun multiple de (3π, 8π), soit 24π. Donc la première fois que Léo sera à nouveau dans la position de départ (S en T), la plate-forme C2 aura fait 8 tours ($24\pi : 3\pi = 8$).

Niveau : 8

Origine : Parma

18. L'INTERROGATION (Cat. 8)

Le professeur Medioevo enseigne l'histoire dans une classe de 20 élèves, dont les noms sont numérotés de 1 à 20 dans son registre.

Au début de chaque leçon, il prend son livre préféré, qui a exactement 100 pages, et l'ouvre au hasard, de façon à voir deux pages numérotées. Il calcule la somme des chiffres du numéro de la page de gauche, puis la somme des chiffres du numéro de la page de droite et note ces deux nombres.

Il interroge ensuite les deux élèves dont les numéros sur le registre correspondent aux nombres notés.

Au bout de plusieurs mois, Anne se rend compte qu'elle est interrogée plus souvent que les autres élèves et que certains ne sont jamais interrogés.

Quels sont les élèves qui ne seront jamais appelés ?

Quel élève a-t-il le plus de chances d'être interrogé ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissance

- Arithmétique : addition, inventaire
- Notion de fréquence et notion de probabilité

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que la probabilité pour un élève d'être interrogé est d'autant plus grande que le nombre de pages qui déterminent son numéro de registre est grand.
- Compter en combien de différentes manières on peut obtenir les nombres de 1 à 20 en additionnant les chiffres des nombres de 2 à 99 (sous la forme d'un tableau par exemple comme ci-dessous)

somme (numéro de registre)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
occurrences	1	3	4	5	6	7	8	9	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0

- Observer que le numéro 9 correspond au plus grand nombre de pages (10) et que, par contre, les numéros 19 et 20 ne pourront jamais être obtenus.

Niveau : 8

Origine : Parma

19. UN ŒIL SUR NOS ÂGES (CAT. 8)

La mère dit à son fils qui vient d'avoir son anniversaire :

« Je constate que ton âge et le mien s'expriment maintenant avec les deux mêmes chiffres. Et, ce qui est remarquable, c'est que ton âge, aujourd'hui, est le produit des deux chiffres de l'âge que j'avais lorsque tu es né. »

Quel âge peuvent bien avoir la mère et son fils aujourd'hui ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissance

- Arithmétique : distinction chiffre et nombre, calcul mental
- Logique : analyser et comprendre un énoncé; organiser une stratégie de recherche, tenir compte des diverses variables présentes dans l'énoncé; récursivité.

Analyse de la tâche

- Comprendre que les âges actuels de la maman et du fils correspondent aux nombres formés de deux chiffres différents de zéro tous les deux (en raison de la 2^e condition).
- Découvrir que les deux chiffres de l'âge du fils et de la maman ne peuvent pas être les mêmes, sinon la maman aurait le même âge que son fils. De plus, le premier chiffre de l'âge du fils doit être plus petit que le second chiffre, sinon la maman serait plus jeune que son fils.
- Se rendre compte que la différence entre les deux âges d'aujourd'hui est l'âge de la mère à la naissance du fils !
- Procéder à quelques essais non organisés pour bien assimiler les données précédentes et distinguer les situations « aujourd'hui » et « à la naissance du fils ». Par exemple:

« aujourd'hui »		« à la naissance du fils »	test du produit des chiffres	
fils	maman	maman		
12	21	9	non, car que 9 est un nombre à un chiffre	
25	52	27	non : $2 \times 7 \neq 2$	etc.

- Constater qu'il faudra beaucoup d'essais et qu'il est nécessaire de les organiser. Par exemple:

13	31	18	non $1 \times 8 \neq 18$	
14	41	27	**2 x 7 = 14 solution à retenir**	
15	51	36	non $3 \times 6 \neq 15$	etc.
18	81	63	**6 x 3 = 18** solution à discuter	
19	91	72		etc.

  Dans ce cas, il faut essayer tous les âges du fils dont le chiffre des unités vaut au moins 2 de plus que le chiffre des dizaines. Il y a 28 essais à faire.
- Pour réduire les recherches, se rendre compte que les différences d'âge sont les multiples de 9 :
  18, 27, 36, 45, 54, 63, 72 et 81 et qu'ils ne donnent lieu qu'à 4 produits possibles $8 = 1 \times 8 = 8 \times 1$,
  $14 = 2 \times 7$, ... $18 = 3 \times 6 = ...$ et $20 = 4 \times 5$. Si on élimine le "8" qui n'a qu'un seul chiffre et le 20 qui comprend un "0", il ne reste plus qu'à essayer les deux âges de 14 ans et 18 ans pour le fils.
- De l'une ou l'autre des méthodes choisies, déduire que les deux solutions à envisager sont respectivement 41 ans pour la mère et 14 ans pour le fils ou 81 ans pour la mère et 18 ans pour le fils.
- Retenir la première comme acceptable et la deuxième comme discutable (voir le Guiness Book) : une femme ne peut plus avoir d'enfant à 63 ans.

Niveau : 8

Origine : Rozzano