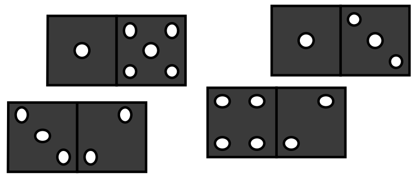
| **No** | **titre** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **Ar.** | **Alg.** | **Ge.** | **Lo.** | **Orig.** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Dominos | 3 | 4 | | | | | x | | | x | BB |
| 2 | Les tartelettes | 3 | 4 | | | | | x | | | | LO |
| 3 | Le potager de Grand-père | 3 | 4 | | | | | x | | x | | C.I. |
| 4 | La rosace de Julie I | 3 | 4 | | | | | | | x | | BE |
| 5 | Ruban adhésif | 3 | 4 | 5 | | | | | | x | | SS |
| 6. | Nombres répétés I | | 4 | 5 | | | | x | | | | C.I. |
| 7 | La rosace de Julie II | | | 5 | 6 | | | | | x | | BE |
| 8. | Les crayons du RMT | | | 5 | 6 | | | x | | | | CI |
| 9 | Les jetons de Françoise | | | 5 | 6 | | | | | | x | TI |
| 10 | Machine à calculer | | | 5 | 6 | 7 | | x | | | | CH |
| 11 | Le champ agrandi | | | 5 | 6 | 7 | | x | | x | | FC |
| 12 | Nombres répétés II | | | | 6 | 7 | | x | | | | C.I. |
| 13. | Les tirelires de Robert | | | | 6 | 7 | 8 | x | | | | CA |
| 14. | Le droguiste | | | | | 7 | 8 | x | x | | | LO |
| 15. | Le troc | | | | | 7 | 8 | x | | | | Gr.Tr. |
| 16. | Des truites | | | | | 7 | 8 | x | | | x | FC |
| 17. | Cercles et nombres | | | | | | 8 | x | | | x | IS |
| 18. | La fanfare de carnaval | | | | | | 8 | x | | | | C.I |
| 19 | Famille nombreuse | | | | | | 8 | x | | | x | MI |

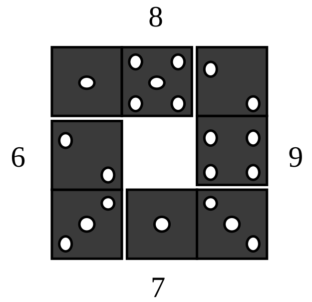
## 1. DOMINOS (Cat. 3, 4)

Sophie a ces quatre dominos :



Elle les dispose en carré, comme sur cette figure :

Elle constate qu'il y a 8 points sur le côté du haut, 9 points sur le côté de droite, 7 points en bas et 6 points à gauche, mais elle aimerait qu'il y ait le même nombre de points sur chaque côté.




**Arrivera-t-elle à disposer ces quatre dominos, toujours en carré, mais de manière à avoir le même nombre de points sur chaque côté ?**

**Dessinez une solution pour chaque nombre de points que vous avez trouvé.**

---

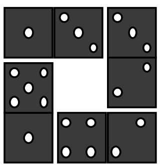
**ANALYSE A PRIORI**

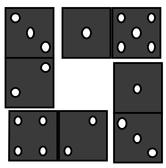
**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition

**Analyse de la tâche**

- Comprendre, au travers de l'exemple de la deuxième figure, ce que signifie la « somme des points sur un côté ».
- Comprendre qu'en retournant un des dominos ou en en échangeant les places de deux d'entre eux, on modifie le nombre de points sur les côtés.
- Constater que, vu que certains dominos ont 6 points, le minimum de points sur chaque côté est 7, (obtenu par un domino de 6 points et une partie de domino à 1 point). Se construire un modèle des quatre dominos (découpage, ....) et procéder par essais. Par exemple pour 7 points, en plaçant le (1 ;5) à côté du « 1 » du domino (1 ;3) et chercher s'il est possible de placer les 2 autres de façon à obtenir 7 sur tous les côtés. (solution, voir ci-dessous)
- Essayer avec une somme de 8 points, (pas de solution) puis avec une somme de 9 points en se rendant compte que, par rapport à la solution de 7 points, les parties de « 5 points » et « 4 points » doivent être placées aux sommets des carrés, où elles sont comptées deux fois, alors que les parties « 1 point » et « 2 points » doivent être sur des milieux de côtés, où elles ne sont comptées qu'une seule fois. (Voir solution ci-dessous)
- Essayer avec des sommes supérieures à 9 et comprendre que les recherches sont inutiles car les points à disposition ne suffisent plus.

7 

9 

**Niveaux :** 3, 4

**Origine :** Bourg-en-Bresse, CI

## 2. LES TARTELETTES (Cat. 3, 4)

Un matin, le pâtissier du pays des Douceurs reçoit ce message :

*12 illustres personnages vont venir goûter tes fameuses tartelettes.*
*Ils arriveront dans*  *jours, à midi.*

Mais une grosse tache empêche de lire le nombre de jours.

Le pâtissier se met aussitôt au travail pour avoir au plus vite 12 tartelettes, une pour chaque personnage. Mais la préparation est longue et le pâtissier ne peut en faire que 5 chaque matin.

Malheureusement pour lui, ses quatre fils sont très gourmands et, chaque après-midi, ils mangent chacun une des tartelettes pour leur goûter.

Heureusement, lorsque les illustres personnages arrivent, le pâtissier a exactement 12 tartelettes prêtes.

**Quel est le nombre caché par la tache sur le message ?**

**Expliquez comment vous avez fait pour le trouver.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissance**

- Arithmétique : addition et soustraction

**Analyse de la tâche**

- Comprendre les différentes relations temporelles contenues dans l'énoncé :
  - les tartelettes sont préparées le matin ;
  - les enfants en mangent 4 chaque après-midi ;
  - les invités arrivent à midi (avant que les enfants ne puissent les manger).
- Procéder à un comptage progressif, jour par jour, en s'aidant par exemple d'un tableau de ce genre :

| jour | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| tartelettes produites le matin | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| tartelettes disponibles à midi : | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| tartelettes mangées au goûter | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| tartelettes disponibles le soir | 1 (5-4) | 2 (1+5-4) | 3 (2+4-4) | 4 | 5 | 6 | 7 | |

Ou : comprendre que les 7 premiers jours, la fabrication et les pertes reviennent à une production de 1 tartelette/jour et que les 5 tartelettes produites le 8e jour permettent d'atteindre 12.

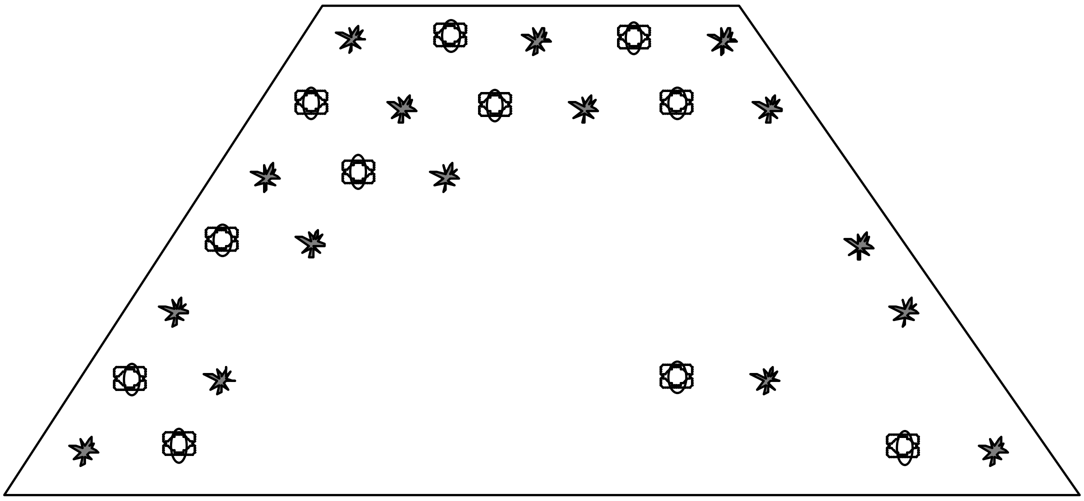
**Niveaux :** 3, 4

**Origine :** Lodi

## 3. LE POTAGER DE GRAND-PÈRE (Cat. 3, 4)

Grand-père a planté des salades et des choux dans tout son jardin potager, représenté ici :

*Le jardin de Grand-père*



Sur la première ligne, en haut de la figure, il a planté 3 choux et 2 salades.
Sur la deuxième ligne, il a pu placer une salade de plus.
Sur la troisième ligne, il avait planté 4 choux et 3 salades.
Il avait continué ainsi, très régulièrement, jusqu'à la dernière ligne.
Mais, la nuit dernière, la famille Lièvre est passée par là et a mangé de nombreux légumes.

**Combien les lièvres ont-ils mangé de salades ? Et combien de choux ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.**

### ANALYSE A PRIORI

**Domaine de connaissances**

- Géométrie : disposition régulière d'objets, alignements
- Arithmétique : addition, soustraction, multiplication

**Analyse de la tâche**

- Comprendre la disposition des plantes selon le texte ou le dessin : repérer les alignements et leurs régularités.
- Dessiner les plantes qui manquent, selon les régularités découvertes et les dénombrer : 15 salades et 14 choux.

Ou travailler dans le cadre arithmétique :

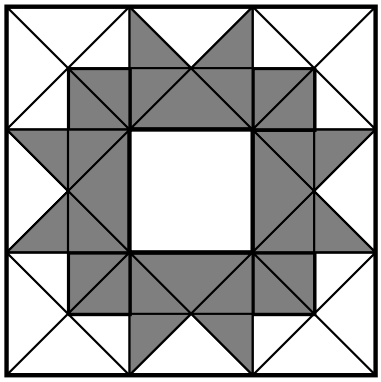
Calculer les nombres initiaux de plantes de chaque type : 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5 = 26 salades et 3 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 = 30 choux ; puis dénombrer les plantes restantes de chaque type : 11 salades et 16 choux ; finalement, les soustraire aux nombres initiaux : pour les salades 26 – 11 = 15, pour les choux : 30 – 16 = 14.

**Niveaux :** 3, 4

**Origine :** Adaptation d'anciens problèmes du RMT par C.I. (14F1 Les bons chocolats ; 6.I.2 Le potager de grand-mère, 12.F.2 Pavage

## 4. LA ROSACE DE JULIE (I) (Cat. 3, 4)

Julie veut repeindre le cadre de ce miroir en blanc et en gris. Elle se demande si elle doit acheter plus de peinture blanche ou plus de peinture grise. Bien sûr, le miroir (le carré au centre) ne doit pas être repeint et la couche de peinture aura partout la même épaisseur.



**Devra-t-elle utiliser plus de gris que de blanc, plus de blanc que de gris, autant de blanc que de gris … ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Géométrie : décomposition-recomposition de formes
- Grandeurs : unité de mesure commune

**Analyse de la tâche**

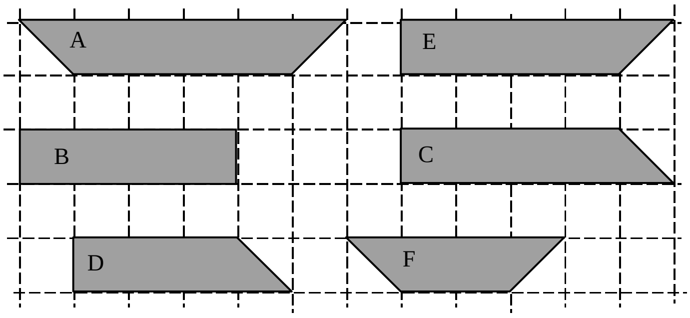
- Tenir compte que le carré du milieu n'intervient pas dans la comparaison des aires.
- Comprendre que la surface blanche à couvrir est composée de plusieurs surfaces qui n'ont pas la même « aire »
- Comprendre qu'il est possible de comparer des aires sans les mesurer ou les calculer avec des unités conventionnelles, mais qu'il est nécessaire d'utiliser une unité de mesure commune ou de comparer les aires, partie par partie (grands et petits triangles ou carrés)
- Déterminer l'unité de mesure commune (un carré ou un petit triangle) ; compter le nombre de carrés (16) ou de petits triangles (32) dans chacune des deux parties à colorier ; comparer ces deux nombres et reconnaître l'égalité des aires à couvrir.

**Niveau :** 3, 4

**Origine :** Belgique

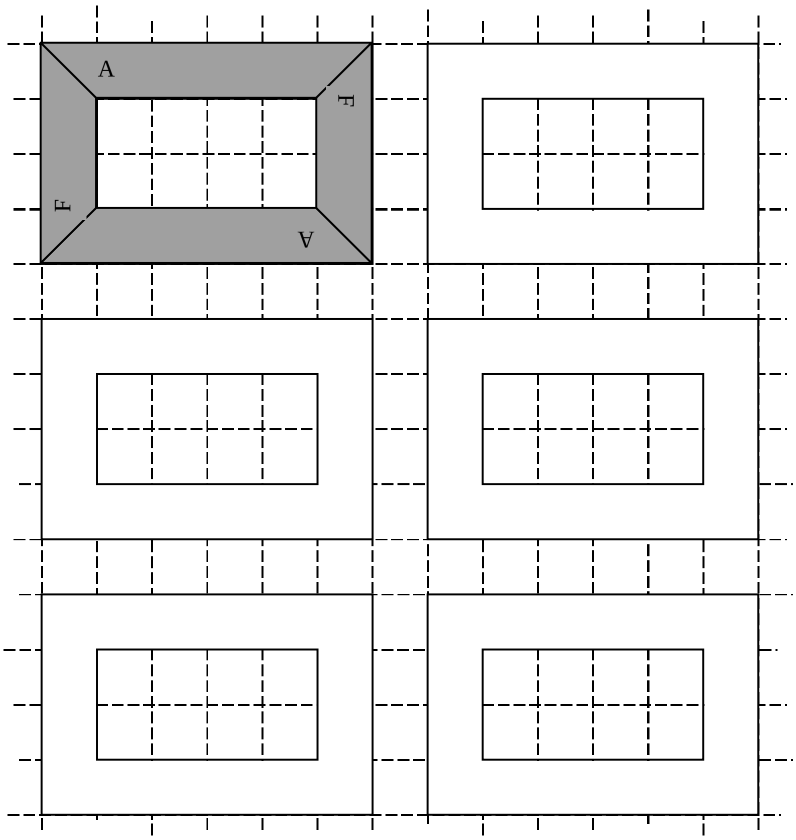
**5. RUBAN ADHÉSIF** (Cat. 3, 4, 5)

Dans un ruban de papier adhésif, Jacques a découpé plusieurs bandes, de 6 modèles différents : A, B, C, D, E et F :




Il a recouvert le cadre d'un tableau en y collant 4 bandes : 2 du modèle A et 2 du modèle F qui ne se superposent pas.

Jacques se demande s'il aurait pu recouvrir le cadre de manière différente.




**Trouvez toutes les manières de recouvrir le cadre, différentes de celle de Jacques, avec quatre bandes, sans que les bandes se superposent.**

**Dessinez vos solutions, toutes différentes, sur les modèles préparés en blanc, en notant le nom des modèles utilisés.**

Attention : les bandes adhésives ne se collent que sur une face, on doit toujours voir la lettre

## ANALYSE A PRIORI

**Domaine de connaissances**

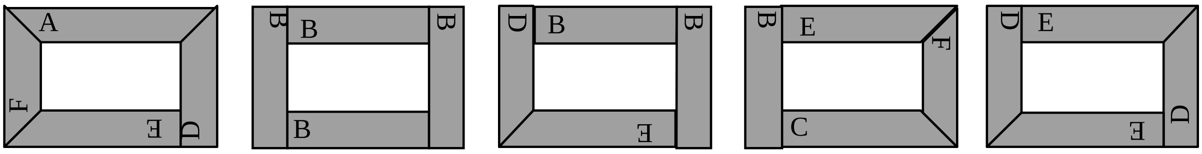
- Géométrie : décomposition et composition d'une figure, isométries

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que les bandes choisies ne doivent pas se superposer, mais qu'elles peuvent s'orienter et se déplacer par rotations et translations.
- Découper des bandes et essayer de les placer, ou chercher à les dessiner sur les cadres.

Au cours de ces essais, il faut prendre conscience, que les bandes C, D et E n'ont pas d'axe de symétrie et qu'il ne faut pas les confondre avec des formes symétriques par rapport à un axe. Il faut aussi tenir compte des « longueurs » des bandes (A : 6 et 4 carrés, E et C :5 et 4, B : 4 et 4, D : 4 et 3 et F : 4 et 2.)

- Découvrir les cinq autres solutions : (A, D, E, F), (B, B, B, B), (B, B, D, E), (B, C, E, F) et (E, D, E, D) et éliminer celles qui ont une pièce retournée (C, D, ou E)




**Degrés :** 3, 4, 5

**Origine** : Sassari

## 6. NOMBRES RÉPÉTÉS (I) (Cat. 4, 5)

Dans la table de multiplication « des nombres qui parlent », le 36 et le 40 ont déjà trouvé leurs places.

Le nombre 40 dit au nombre 36 : *Tu n'es que trois fois dans la table de multiplication des nombres de 1 à 10. Moi, j'y suis quatre fois et je vaux 4 de plus que toi.*

| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | ***36*** | ***40*** |
| 5 | | | | | | | | ***40*** | | |
| 6 | | | | | | ***36*** | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | ***40*** | | | | | |
| 9 | | | | ***36*** | | | | | | |
| 10 | | | | ***40*** | | | | | | |

**Quels sont les nombres qui pourront dire la même phrase à un autre lorsque la table sera complétée ?**

**Indiquez tous les nombres qui sont quatre fois dans la table et qui valent 4 de plus qu'un nombre qui n'y est que trois fois.**

**Expliquez comment vous les avez trouvés.**

---

### ANALYSE A PRIORI

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : multiplication

**Analyse de la tâche**

- Se rendre compte que le tableau est fait pour contenir les produits de 1 x 1 à 10 x 10 et qu'il s'agit de la « table de multiplication » sous une forme différente de l'inventaire des « produits à mémoriser » (livrets, ...)
- Lire les consignes et les confronter aux exemples donnés en tenant compte des trois exigences : figurer quatre fois, valoir 4 de plus que l'autre nombre, qui doit figurer 3 fois.
- S'apercevoir que la table est symétrique par rapport à sa diagonale principale, c'est-à-dire que deux cases symétriques contiennent le même nombre (en raison de la commutativité de l'opération) et que les cases sur la diagonale sont symétriques d'elles-mêmes, ce qui signifie que les nombres qui s'y trouvent apparaissent un nombre impair de fois et limite ainsi la recherche aux dix nombres 1, 4, 9, ... 100, dont quatre seulement figurent trois fois : 4, 9, 16, 36.
- Examiner ensuite les quatre nombres qui valent 4 de plus : 8, 13, 20 et 40 et constater que, trois seulement sont quatre fois dans la table : 8, 20 et 40.

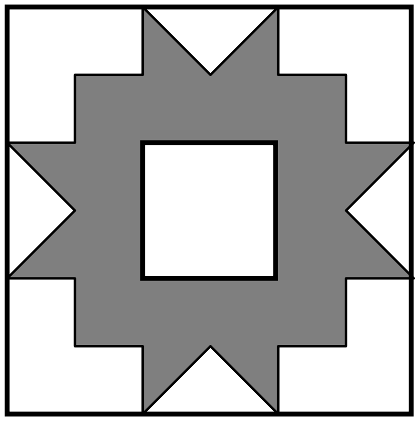
Ou : partir des nombres qui figurent quatre fois dans la table : 6, 10, 12, 18, 20, 24, 30 et 40 et vérifier si les nombres qui valent 4 de moins y figurent trois fois.

Ou : compléter entièrement la table et vérifier cas par cas si les trois conditions sont remplies.

**Niveau :** 4, 5

**Origine :** C.I

## 7. LA ROSACE DE JULIE (II) (Cat. 5, 6)



Julie veut repeindre le cadre de ce miroir en blanc et en gris. Elle se demande si elle doit acheter plus de peinture blanche ou plus de peinture grise. Bien sûr, le miroir (le carré au centre) ne doit pas être repeint et la couche de peinture aura partout la même épaisseur.

**Devra-t-elle utiliser plus de gris que de blanc, plus de blanc que de gris, autant de blanc que de gris … ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

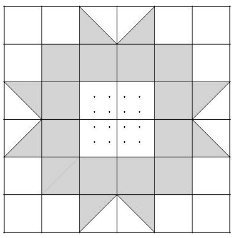
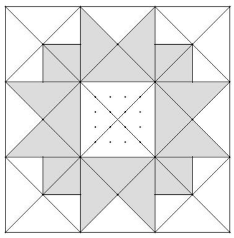
### ANALYSE A PRIORI

**Domaine de connaissances**

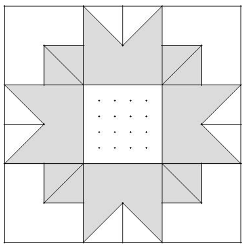
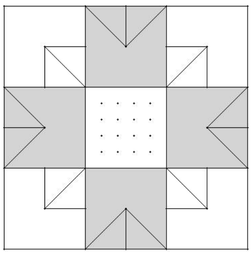
- Géométrie : décomposition-recomposition de formes
- Grandeurs : unité de mesure commune

**Analyse de la tâche**

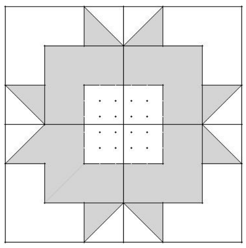
- Comprendre que le carré du milieu n'intervient pas dans la comparaison des aires.
- Comprendre que la surface blanche à couvrir peut être décomposée en plusieurs surfaces.
- Comprendre qu'il est possible de comparer des aires sans les mesurer ou les calculer avec des unités conventionnelles.
- Voir des décompositions possibles de chaque figure en ajoutant des traits dans le carré : déterminer l'unité de mesure commune (un carré ou un triangle) ; compter le nombre de carrés (16) ou de triangles (16) dans chacune des deux parties à colorier ; comparer ces deux nombres et reconnaître l'égalité des aires à couvrir.

- Voir qu'il est possible d'ajouter des lignes dans la partie grisée pour obtenir des carrés ; réaliser l'appariement géométrique entre ces quatre carrés et les quatre triangles clairs ; huit plus grands carrés à colorier apparaissent alors, quatre blancs, quatre gris ; constater l'égalité des aires.

- Tracer les médianes du grand carré ; prolonger les lignes intérieures pour faire apparaître des formes identiques aux quatre formes claires de coin ; réaliser des appariements géométriques entre ces formes et réaliser des appariements entre les triangles blancs et les triangles gris ; constater l'égalité des aires.



**Niveau :** 5, 6
**Origine :** Belgique

## 8. LES CRAYONS DU 15$^{E}$ RMT (Cat. 5, 6)

Les organisateurs ont décidé d’offrir un crayon à tous les participants du 15$^{e}$ RMT.

À la fabrique de crayons, un employé est chargé de mettre le logo « 15$^{e}$ RMT, 2007 » sur chaque crayon.

Avec 10 crayons, il remplit des boîtes sur lesquelles il met aussi le logo « 15$^{e}$ RMT, 2007 ».

Lorsqu’il a rempli dix boîtes, il en fait un paquet, sur lequel il marque de nouveau le logo « 15$^{e}$ RMT, 2007 ».

Finalement, avec 10 paquets, il remplit un carton sur lequel il marque encore le logo « 15$^{e}$ RMT, 2007 ».

Aujourd’hui, l’employé a préparé les crayons commandés par la section de Transalpie. Il a compté que, pour cette section, il a dû mettre 2007 logos « 15$^{e}$ RMT, 2007 ».

**Combien de crayons la section de Transalpie a-t-elle commandés ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : numération, les quatre opérations

**Analyse de la tâche**

- Lire l’énoncé et comprendre qu’on se trouve dans une situation de numération décimale : une boîte représente une dizaine, un paquet représente une centaine et un carton un millier.
- Comprendre que le nombre de logos est supérieur au nombre de crayons car ils sont mis aussi sur les boîtes, les paquets et les cartons et trouver les correspondances suivantes :

  pour 10 crayons (une dizaine) il y a 11 logos, avec celui de la boîte

  pour 100 crayons (une centaine), il y a 111 logos, avec celui du paquet

  pour 1000 crayons (un millier), il faut 1111 logos, avec celui du carton.
- Comprendre que, deux cartons exigeraient 2222 logos et que, par conséquent, il n’y a pas deux cartons entiers pour 2007 logos, mais un carton entier et un reste de 2007 – 1111 = 896 logos.
- Déterminer le nombre de paquets (111) dans 896 et arriver à 8 paquets et 896 – 888 = 8 logos restants.
- En conclure que la section de Transalpie a commandé l’équivalent de 1 carton, 8 paquets et 8 crayons, c’est à-dire 1808 crayons.

Ou : procéder par essais et approximations en considérant qu’il y a moins de 2007 crayons (logos pour les boîtes, paquets, cartons) Supposer par exemple qu’il y en a 1800, alors il faut : 1800 + 180 + 18 + 1 = 1999 logos, ce qui ne suffit pas. Essayer alors avec, par exemple, 1810 : 1810 + 181 + 18 + 1 = 2010, et réduire le nombre de crayons pour trouver finalement qu’il y en a 1808 : 1808 + 180 + 18 + 1 = 2007.

**Niveau :** 5, 6

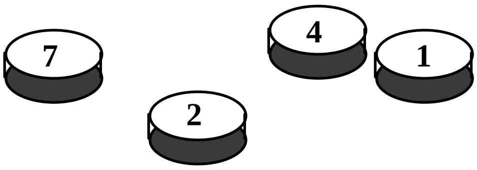
**Origine :** C.I.

## 9. LES JETONS DE FRANÇOISE (Cat. 5, 6)

Françoise a quatre jetons.

Elle observe que, sur chacune des huit faces est écrit un nombre différent, de 1 à 8.

Elle lance ses quatre jetons une première fois et elle voit apparaître le 7, le 2, le 4 et le 1, comme sur la figure ci-dessous :




Elle lance encore ses jetons une deuxième fois et elle obtient le 6, le 4, le 5 et le 2 ;

puis une troisième fois, elle obtient le 8, le 2, le 6 et le 5.

Enfin elle les jette une quatrième fois et obtient le 7, le 4, le 3 et le 5.

**Quels sont les nombres qui figurent sur chacun des jetons, l'un sur une face et l'autre sur la face opposée ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Logique et raisonnement : combinatoire

**Analyse de la tâche**

- Remarquer le fait qu'il y a 8 faces de jetons portant chacune un des nombres de 1 à 8.
- Comprendre qu'à un nombre d'une face ne peut être associé qu'un des autres nombres
- Pour chaque nombre, établir l'inventaire des autres nombres qui peuvent être associés, en fonction des tirages indiqués. Par exemple, le 7 ne peut pas avoir 2, 4 et 1 d'après le premier tirage (7241), ni 3 et 5 d'après le 4e tirage (7435) et qu'il ne peut donc être associé qu'à 6 ou 8.

  | | | | | |
  |---|---|---|---|---|
  | On aura ainsi : pour | 1 : 3, 5, 6 et 8 | pour 2 : 3 | pour 3 : 1, 2, 6 et 8 | pour 4 : 8 |
  | | 5 : 1 | pour 6 : 1, 3 et 7 | pour 7 : 6 et 8 | pour 8 : 1, 3, 4 et 7 |

  Cet inventaire peut aussi être établi au moyen d'un tableau dans lequel les nombres apparus sont indiqués lancer par lancer.
- Confronter les résultats et voir que, après les couples 1 / 5 et 2 / 3 et 4 / 8, il ne reste plus qu'à associer 6 / 7.

Ou : trouver les associations par essais successifs, mais sans pouvoir assurer qu'il n'y a qu'une possibilité.

Ou : fixer l'attention sur 4 et 2 qui apparaissent dans trois des quatre lancers et, selon la confrontation avec les nombres sortis, trouver que 8 e 3 doivent être disposés respectivement sur les faces opposées à 4 et 2. Pour les nombres 1, 5, 6, 7, selon le 1e et le 4e lancer, observer que le 7 ne peut être qu'à l'opposé du 6 et, par conséquent le 1 à l'opposé du 5.

**Niveaux :** 5, 6

**Origine :** Canton Ticino

## 10. MACHINE À CALCULER ☺ (Cat. 5, 6, 7)

Sophie possède une sorte de machine à calculer munie d'une touche ☺ .

Quand Sophie tape $\boxed{5}$ puis ☺, sa machine affiche : $\boxed{25}$

Quand Sophie tape $\boxed{7}$ puis ☺, sa machine affiche : $\boxed{31}$

Quand Sophie tape $\boxed{10}$ puis ☺, sa machine affiche : $\boxed{40}$

**Quand Sophie tape 9 puis ☺, que pourrait afficher sa machine ?**
**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : les opérations, calcul réfléchi
- Approche intuitive de la notion de fonction

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que la touche « smile » fait correspondre une « image » à tout nombre que l'on « entre » dans la machine.
- Constater que, à l'entrée, de 5 à 7 on augmente de 2 alors que, à la sortie l'augmentation de 25 à 31 est de 6. Faire l'hypothèse que chaque fois qu'on augment de 1 le nombre de l'entrée, la machine augmente de 3 le nombre affiché. L'image de 9 serait alors 37 et l'hypothèse serait vérifiée par l'image de 10 qui est 40.

Ou : procéder par un tableau de nombre à compléter et y chercher des régularités, en particulier celle évoquée précédemment.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| entrées : | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| images | 25 | | 31 | | | 40 |

Dans ce cas, il suffit de compléter la suite arithmétique 25 ; 28 ; 31 ; 34 ; 37 ; 40 (en vérifiant le 31 au passage et en déterminant le 37 comme image de 9).

Ou : d'un point de vue « fonctionnel », chercher des relations directes entre l'entrée et la sortie : envisager une multiplication, ou une addition, ou une élévation au carré et se rendre compte qu'il faut orienter ses recherches vers une composition de deux « fonctions simples », par exemple d'une multiplication et d'une addition.

La multiplication par 4, suggérée par la correspondance 10 –> 40 montre qu'il faudrait de « petites corrections » pour 5 ($4 \times 5 + 5 = 25$) et 7 ($4 \times 7 + 3 = 31$). Une multiplication par 3 fait correspondre 3, 7 et 10 à 15, 21 et 30 qui valent 10 de moins que les images respectives issues de la machine. La « machine à multiplier par 3 puis ajouter 10 » (fonction affine $x \to 3x + 10$) est donc une hypothèse à accepter pour les trois couples donnés. Il en existe une infinité d'autres d'un point de vue mathématique, mais celle-ci paraît la plus disponible pour des élèves de l'école primaire.

- L'hypothèse étant acceptée, il suffit de calculer l'image de 9 par la « machine à multiplier par 3 et ajouter 10 », c'est-à-dire $3 \times 9 + 10 = 37$

Ou, pour les élèves qui ont déjà rencontré des représentations graphiques, utiliser le fait que les trois couples (5 ; 25), (7 ; 31) et (10 ; 40) sont représentés par des points alignés.

**Niveaux :** 5, 6, 7

**Origine :** Châteauroux

## 11. LE CHAMP AGRANDI (Cat. 5, 6, 7)

Le père Julien possède un champ carré entouré d'une clôture. Son voisin accepte de lui vendre un peu de terrain pour l'agrandir en un carré ayant des côtés d'un mètre de plus. La surface de son champ augmente ainsi de 41 m$^2$.

**Quelle était la longueur des côtés de son ancien champ ?**

**Maintenant que le terrain est plus grand, la clôture précédente n'est plus suffisante : combien de mètres de clôture manquent-ils ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

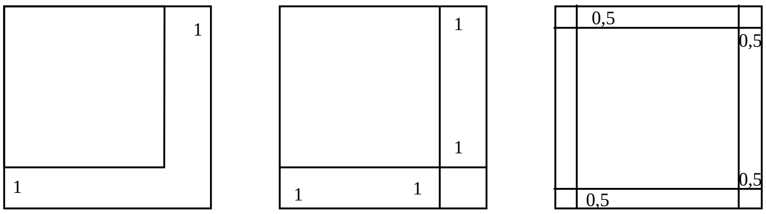
**Domaine de connaissances**

- Géométrie : périmètre et aire d'un carré, aire du rectangle
- Arithmétique (addition, multiplication)

1

**Analyse de la tâche**

- Représenter la situation par un croquis de ce genre :




- Constater que la clôture doit être allongée de 4 fois 1 mètre

Ou : se rappeler que le périmètre d'un carré vaut 4 fois la longueur d'un côté. Et si le côté augmente de 1 mètre, le périmètre va augmenter de 4 mètres.

- Décomposer la partie gagnée en deux rectangles et un petit carré d'un mètre de côté.
  Les deux rectangles ont pour aire ensemble 41 – 1 = 40 m$^2$.
  Ayant même longueur (le côté de l'ancien champ) et même largeur (1 m), ils ont même aire.
  Chacun fait donc 20 m$^2$.
  Les côtés de l'ancien champ mesuraient donc 20 m.

Ou : dresser un inventaire organisé en faisant varier le côté, pour déterminer la solution correspondante :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| mesure ancien côté (en m) | 16 | ... | **20** | ... | 21 |
| mesure nouveau côté (en m) | 17 | ... | 21 | ... | 22 |
| différence des aires (en m$^2$) | 289 – 256 = 33 | ... | **441 – 400 = 41** | ... | 484 – 441 = 43 |

et s'apercevoir que les différences des deux carrés augmentent de 2 en 2, et qu'il n'y a qu'une solution à retenir.

**Niveau :** 5, 6, 7

**Origine :** Franche-Comté

## 12. NOMBRES RÉPÉTÉS (II) (Cat. 6, 7)

Julie a constaté que, dans sa table de multiplication des nombres de 1 x 1 à 10 x 10, certains nombres ne figurent qu'une fois, par exemple le 1, le 49, le 100. D'autres nombres sont deux fois dans la table, par exemple le 2, le 3, le 14 ; d'autres y sont trois fois, par exemple le 4, le 9, le 16 et d'autres encore sont quatre fois dans la table, par exemple le 6, le 20. Mais il n'y a pas de nombres qui figurent plus de quatre fois dans sa table.

| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | | ***6*** | | | ***9*** | | | |
| 2 | ***2*** | ***4*** | ***6*** | | | | ***14*** | ***16*** | | ***20*** | | |
| 3 | ***3*** | ***6*** | ***9*** | | | | | | | | | |
| 4 | ***4*** | | | ***16*** | ***20*** | | | | | | | |
| 5 | | | | ***20*** | | | | | | | | |
| 6 | ***6*** | | | | | | | | | | | |
| 7 | | ***14*** | | | | | ***49*** | | | | | |
| 8 | | ***16*** | | | | | | | | | | |
| 9 | ***9*** | | | | | | | | | | | |
| 10 | | ***20*** | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | |

*La table de Julie, de 1 x 1 à 10 x 10 (carré en traits épais)*
*et la table de sa grand-mère, de1 x 1 à 12 x 12*

La grand-mère de Julie, lui dit que, lorsqu'elle était jeune, elle a appris la table de 1 x 1 à 12 x 12 où il y a des nombres qui apparaissent plus de quatre fois.

**Notez en rouge tous les nombres qui figurent cinq fois dans la table de la grand-mère de Julie, s'il y en a.**

**Notez en bleu ceux qui apparaissent six fois, dans la table de grand-mère, s'il y en a.**

**Notez en vert ceux qui apparaissent deux fois dans la table de Julie et quatre fois dans la table de grand-mère, s'il y en a.**

---

### ANALYSE A PRIORI

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : multiplication, multiples et diviseurs, commutativité

**Analyse de la tâche**

- Se rendre compte que les deux tableau inclus l'un dans l'autre contiennent les produits de 1 x 1 à 10 x 10 ou de 1 x 1 à 12 x 12.
- Comprendre la véracité du texte qui décrit la table de Julie et la présence de nombres apparaissant une, deux, trois ou quatre fois.
- Constatez que les nombres des cases de la diagonale apparaissent un nombre impair de fois : une fois sur la diagonale et une fois dans chacune des deux parties symétriques, de part et d'autre de la diagonale.
- Chercher en conséquence des nombres apparaissant 5 fois parmi ceux de la diagonale et trouver le « 36 »
- Trouver les nombres qui apparaissent six fois : le 12 et le 24.
- Découvrir que le 48, le 60 et le 72 apparaissent quatre fois dans la table de 10 x 10 alors qu'ils ne figuraient que deux fois dans celle de 12 x 12

Ou : compléter entièrement une autre table de multiplication et ne recopier que les nombres demandés, après un contrôle rigoureux.

Voici la solution attendue : 5 nombres en rouge (cinq fois 36), 12 nombres en bleu (six fois 12 et 24) et 12 nombres en vert (quatre fois le 48, le 60 et le 72).

| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | *1* | *2* | *3* | *4* | | *6* | | | *9* | | | ***12*** |
| 2 | *2* | *4* | *6* | | | ***12*** | *14* | *16* | | *20* | | ***24*** |
| 3 | *3* | *6* | *9* | ***12*** | | | | ***24*** | | | | ***36*** |
| 4 | *4* | | ***12*** | *16* | *20* | ***24*** | | | ***36*** | | | ***48*** |
| 5 | | | | *20* | | | | | | | | ***60*** |
| 6 | *6* | ***12*** | | ***24*** | | ***36*** | | ***48*** | | ***60*** | | ***72*** |
| 7 | | *14* | | | | | *49* | | | | | |
| 8 | | *16* | ***24*** | | | ***48*** | | | ***72*** | | | |
| 9 | *9* | | | ***36*** | | | | ***72*** | | | | |
| 10 | | *20* | | | | ***60*** | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | | |
| 12 | ***12*** | ***24*** | ***36*** | ***48*** | ***60*** | ***72*** | | | | | | |

**Niveau :** 6, 7

**Origine :** C.I.

## 13. LES TIRELIRES DE ROBERT (Cat. 6, 7, 8)

Pour son anniversaire, Robert a reçu trois tirelires contenant chacune un nombre différent d'euros. Le produit de ces trois nombres est 30.

Durant l'année, Robert ne touche pas à l'argent contenu dans ses tirelires, mais au contraire, il ajoute encore dans chacune des trois tirelires le même nombre d'euros.

Lors de son anniversaire suivant, il calcule que le produit des nombres d'euros contenus dans les trois tirelires est 560.

**Combien d'euros contenait chacune des trois tirelires au moment où Robert les a reçues.**

**Y a-t-il plusieurs solutions ?**

**Expliquez votre raisonnement.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : multiplication de nombres naturels, décomposition en facteurs, commutativité

**Analyse de la tâche**

- Décomposer 30 en trois facteurs différents et constater, par une recherche organisée, qu'il n'y a que quatre décompositions 1 x 2 x 15 – 1 x 3 x 10 – 1 x 5 x 6 – 2 x 3 x 5. Ajouter un même nombre à chacun des facteurs de chaque décomposition pour trouver si les nouveaux facteurs donnent un produit de 560.

  Par exemple 1 x 2 x 15 devient (1+1) x (2+1) x (15+1) =2 x 3 x 16 = 96 puis (1+2) x (2+2) x (15+2) = 3 x 4 x 17 = 204, puis 4 x 5 x 18 = 360 puis 5 x 6 x 19 = 570, qui dépasse 560.

La décomposition cherchée est 2 x 3 x 5 qui devient 3 x 4 x 6 = 72, puis 4 x 5 x 7 = 120, puis 5 x 6 x 8 = 240, puis 6 x 7 x 9 = 378 et finalement puis (2+5) x (3+5) x (5+5) = 7 x 8 x 10 = 560. Robert a donc ajouté 5 euros aux contenus initiaux qui étaient de 2, 3 et 5 euros.

- Vérifier que les autres décompositions initiales ne permettent pas d'atteindre 560 et en déduire que la solution du problème est unique

Ou : partir des décompositions de 560 en produits de trois facteurs différents. Vu que 560 = 2 x 2 x 2 x 2 x 5 x 7, on peut éliminer les facteurs 1 ou 2 et les facteurs supérieurs à 15 vu l'impossibilité de revenir à des facteurs initiaux positifs et dont le produit sera 30. Il reste à examiner 7 x 10 x 8, 14 x 10 x 4. (C'est le premier de ces deux cas qui permet de revenir à une décomposition de 30 en trois facteurs : 2 x 3 x 5)

Ou trouver au hasard les trois nombres, mais sans pouvoir se prononcer sur l'unicité.

**Degrés :** 6, 7, 8

**Origine :** Cagliari (CRSEM)

## 14. LE DROGUISTE (Cat. 7, 8)

Pascal, le droguiste, a confectionné des sachets de safran de trois grandeurs différentes, mais il a oublié d'écrire sur chaque sachet le poids de la substance qu'il contient.

Il sait qu'avec 14 grammes de safran, il peut confectionner :

- 12 petits sachets et 4 grands, ou
- 4 grands et 4 moyens, ou
- 5 moyens, 5 petits et 2 grands.

**Quel est le poids de chacun des sachets.**

**Expliquez votre raisonnement.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : opérations, proportionnalité, équivalence
- Algèbre : système d'équations

**Analyse de la tâche**

- Se rendre compte que, puisque chaque groupe de sachets a un poids de 14 grammes, ils sont égaux deux à deux (en poids) et qu'on peut donc tirer profit des égalités entre deux groupes.
- Observer que les deux premiers groupes de sachets ont le même nombre de grands sachets et qu'on peut donc procéder facilement, par « soustraction » de 4 grands dans chacun des groupes pour se convaincre que 12 petits sachets correspondent à 3 moyens puis, par « division par 3 », que 3 petits correspondent à 1 moyen.
- En comparant le deuxième et le troisième groupe et en « soustrayant » de chacun d'eux 4 moyens et 2 grands, on arrive à « 2 grands équivalent à 1 moyen et 5 petits », puis, par substitution de 1 moyen par 3 petits (équivalence précédente), on arrive à « 2 grands équivalent à 8 petits » puis « 1 grand équivaut à 4 petits ».
- Exprimer chaque groupe au moyen d'un même sachet-unité, par substitutions, pour voir que chacun d'eux est équivalent à 28 petits, (ou 7 grands) et en déduire le poids de chaque type de sachet, en grammes : Pour les petits, 14 : 28 = 0,5 ; pour les grands 14 : 7 = 2 et pour les moyens 3 x 0,5 = 1,5.

Ou : Émettre des hypothèses sur les poids des sachets convenant à un groupe et les vérifier sur les autres groupes. Par exemple, choisir pour le deuxième groupe g = 2,5 et m =1 (car 4 x 2,5 + 4 x 1 = 14), tirer la valeur de p du premier groupe 12p = 14 – 10 = 4 => p = 1/3, vérifier que le troisième groupe a un poids différent de 14, puis faire un autre choix. Avec l'hypothèse p = 2 et m = 1,5 on trouve p = 0,5 qui satisfait la relation du troisième groupe, mais sans assurer l'unicité de la solution.

Ou : procéder algébriquement par un système de trois équations et trois inconnues à résoudre par comparaison ou substitution.

**Niveaux :** 7, 8

**Origine**: Lodi

## 15. LE TROC (Cat. 7, 8)

Sur la petite île de Bellemer les enfants de la région récoltent des coquillages qu'ils échangent au kiosque de la plage. Voici les tarifs pour cinq objets demandés par les enfants :

36 coquillages pour une glace,

40 coquillages pour un sandwich,

24 coquillages pour un jus de fruit,

100 coquillages pour un masque de plongée,

60 coquillages pour un cerf-volant.

Les enfants peuvent aussi échanger les oursins qu'ils prennent sous l'eau dans les rochers pour obtenir les cinq objets précédents. Voici les tarifs :

45 oursins pour l'un des cinq objets,

27 oursins pour un autre objet,

75 oursins pour un autre objet encore.

**Combien faudra-t-il d'oursins pour chacun des deux autres objets qui restent ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé.**

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : proportionnalité

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que les « prix » des objets peuvent s'exprimer en coquillages et en oursins et qu'il s'agit de découvrir la règle d'échanges « coquillages – oursins » à partir des données.
- Ordonner les deux séries de prix 24 36 40 60 100 et 27 45 75

  et imaginer lesquels peuvent être en correspondance et où se situent les deux prix manquants « ? » :

  24 36 40 60 100 ou 24 36 40 60 100 ou 24 36 40 60 100 etc.
  27 ? 45 75 ? ou 27 45 ? 75 ? ou ? ? 27 45 75

- Déterminer quelle est la bonne association en cherchant une règle « plausible » : il faut éliminer les différences et penser aux propriétés de la proportionnalité intuitives ou explicites. Parmi celles-ci il y a la règle du « produit » (le passage au double ou au triple ... dans une des suites doit être reproduit dans l'autre), la règle de « la somme » (si un nombre d'une suite est la somme de deux autres, on doit avoir la même correspondance dans l'autre suite) ou la propriété du « rapport » de proportionnalité (qui doit être le même pour chaque couple de nombres correspondants).

  (Avec ces données, la règle du « produit » n'est pas applicable, celle de la « somme » peut servir à la vérification. Le fait que les nombres de la première suite sont des multiples de 4 et ceux de la seconde des multiples de 3 peut aider à faire apparaître le rapport 3/4)

Ou essayer d'estimer puis calculer des rapports entre deux nombres supposés correspondants et de vérifier avec les autres. Par exemple le rapport 27/24 se retrouve en 45/40 mais ne convient pas pour 75/60 ni 75/100, ce qui peut conduire à la conclusion que les nombres de la deuxième suite sont plus petits que ceux de la première. Le rapport 75/100 est facilement repérable (3/4), se retrouve dans 45/60 et dans 27/36.

- Lorsque les correspondances sont déterminées :

  24 36 40 60 100
  ? 27 ? 45 75

  les deux prix manquants, en « oursins » se calculent à l'aide du rapport 3/4 ou de la règle de la « somme » :

  3/4 x 40 = 30, 3/4 x 24 = 18 ou 40 + 60 = 100 => ? + 45 = 75 , 24 + 36 = 60 => ? + 27 = 45 ,

  ce qui conduit aux 18 et 30 oursins pour les deux objets manquants, le jus de fruit et le sandwich.

**Niveau :** 7, 8

**Origine :** Groupe de travail « proportionnalité »

## 16. DES TRUITES (Cat. 7, 8)

Dans une pisciculture, on élève deux sortes de truites pour la consommation : des blanches et des saumonées.

Il y a deux bassins, A et B, dans lesquels un employé doit pêcher les truites demandées par un client. Mais il ne peut reconnaître le type d'une truite qu'après l'avoir attrapée.

- Dans le bassin A, il y a 60 truites blanches et 100 truites saumonées.
- Dans le bassin B, il y a 80 truites blanches et 140 truites saumonées.

Un client préfère les truites blanches, il en voudrait une.

**Dans quel bassin l'employé doit-il pêcher pour avoir le plus de chances d'avoir une truite blanche du premier coup ?**

**Expliquez votre raisonnement**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Probabilités intuitives
- Arithmétique : proportionnalité, rapports

**Analyse de la tâche**

- Comprendre qu'il ne faut pas simplement comparer les nombres de truites blanche (80 > 60 et choisir le bassin B parce qu'elles y sont plus nombreuses) ou les nombres de truites saumonées (140 > 100 et choisir le bassin A car on risque moins d'y trouver des truites saumonées). L'abandon de cette conception devrait s'appuyer, par exemple, sur la constatation que, si on divise le bassin B en deux bassins de 40 truites blanches et 70 truites saumonées, les conclusions précédentes seraient inversées.
- Comprendre aussi qu'on ne peut pas se limiter à examiner les différences des nombres de truites au sein d'un même bassin (par exemple, choisir A car on y trouve 40 truites saumonées de plus que de blanches alors que la différence est de 60 dans le bassin B, favorisant les chances d'y prendre une truite saumonée), ni les variations du nombre de truites de chaque type d'un bassin à l'autre. Le rejet de ces conceptions peut, comme précédemment, s'appuyer sur des « partages » de bassins.

  Comprendre qu'il faut considérer la quantité relative des truites blanches, par rapport à l'ensemble ou par rapport aux autres,
- Calculer des rapports comparables pour conclure qu'il faut choisir le bassin A,

  soit car la proportion de truites blanches parmi toutes y est 60/160 = 0,375,

  alors qu'elle est de 40/110 ≅ 0,364 dans B

  soit car le rapport des truites blanches sur les saumonées est 60/100 = 0,6 dans A,

  alors qu'il est 40/70 ≅ 0,57 dans B.

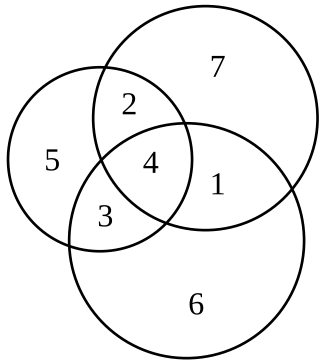
Ou : comparer les rapports écrits sous forme de fractions, de dénominateurs ou de numérateurs communs, par exemple : 60/100 = 3/5 = 21/35 = 12/20 et 80/140 = 4/7 = 20/35 = 12/21

**Niveau :** 7, 8

**Origine :** Franche-Comté

## 17. CERCLES ET NOMBRES (Cat. 8)

François a dessiné trois cercles qui déterminent 7 régions fermées du plan. Dans chacune de ces régions, il écrit un des nombres de 1 à 7, sans répétition, de manière à ce que la somme des nombres dans chacun des trois cercles soit la même.




Dans cet exemple, la somme des nombres dans chaque cercle est 14, mais elle pourrait être plus grande si on avait disposé les nombres autrement.

Mira dit à François qu'elle peut dessiner trois cercles qui déterminent 6 régions fermées, et placer dans chacune un des nombres de 1 à 6, sans répétition, de manière à ce que la somme des nombres dans chacun des trois cercles soit la même et la plus grande possible

**Pouvez-vous faire comme Mira ? Dessinez votre solution et placez vos nombres.**

**Quelle somme obtenez-vous dans chacun des trois cercles ? Est-elle la plus grande possible ? Expliquez pourquoi.**

---

### ANALYSE A PRIORI

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : combinaisons d'addition
- Géométrie : intersection de cercles et régions fermées

**Analyse de la tâche**

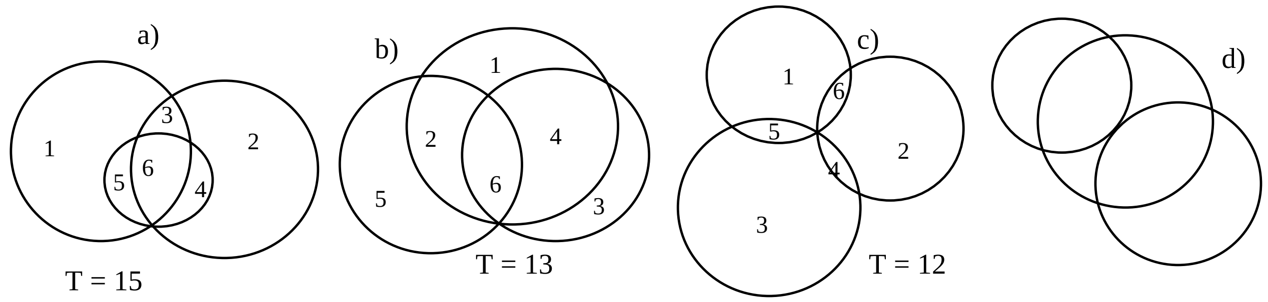
- Chercher les différentes dispositions de trois cercles en fonction des régions fermées déterminées. Ce nombre de régions peut varier de 3 (cercles sans intersections) à 7 (disposition de l'énoncé). Se rendre compte que 6 régions peuvent être obtenues par une des quatre dispositions suivantes « topologiquement » différentes :

  a) 1 région commune aux trois cercles, 3 régions communes à deux cercles et 2 régions n'appartenant qu'à un cercle

  b) 1 région commune aux trois cercles, 2 régions communes à deux cercles et 3 régions n'appartenant qu'à un cercle

  c) 0 région commune aux trois cercles, 3 régions communes à deux cercles et 3 régions n'appartenant qu'à un cercle

  d) 0 région commune aux trois cercles, 2 régions communes à deux cercles et 4 régions n'appartenant qu'à un cercle




- Se rendre compte que la disposition d) ne permet pas d'obtenir la même somme dans chaque cercle.
- Observer qu'il y a dans chaque autre disposition un, deux ou trois cercles qui contiennent trois régions et que, par conséquent, la somme des nombres pour ces cercles ne peut être supérieure à 15 (6 + 5 + 4)
- Comprendre que pour obtenir une somme maximale, il faut tenter de placer le 6 dans la région commune aux trois cercles, en a) et b) pour qu'il apparaisse dans trois sommes, et dans une des régions communes à deux cercles dans c) pour qu'il apparaisse dans deux sommes.

  Pour les autres nombres, il faudrait aussi s'inspirer de ce même principe selon lequel, pour obtenir les plus grandes sommes, il faut utiliser le plus souvent possible les nombres 4, 5 et 6
- Dans la disposition a), tenter de placer 6 dans la région commune aux trois cercles, puis 4 et 5 dans les deux régions communes à deux cercles, du cercle « central ». La somme de 15 s'obtient facilement dans les deux autres cercles en y plaçant les nombres 3 dans leur région commune, puis 2 et 1 dans les régions « extérieures ». (On peut obtenir une solution « symétrique par permutation de 4 et 5, respectivement de 1 et 2).
- Dans la disposition b), après avoir placé 6 dans la région commune aux trois cercles, on se rend compte rapidement que la somme de 15 pour les trois cercles ne pourra pas être obtenu et que le maximum est 13.
- Dans la disposition c) le maximum s'obtient en plaçant 6, 5 et 4 dans les trois régions communes à ceux cercles, mais la somme maximale n'est que 12.

**Niveaux :** 8
**Origine :** Israël

## 18. LA FANFARE DE CARNAVAL (Cat. 8)

La fanfare du carnaval a fière allure, il y a plus de vingt-cinq rangs de trois musiciens, tous complets, derrière le directeur.

Après quelques centaines de mètres, un des musiciens doit s'arrêter car il a mal à un pied. Le directeur demande alors aux autres de se mettre par rangs de quatre, car, ainsi, tous les rangs seront complets.

Un peu plus tard, un deuxième musicien quitte le défilé car il meurt de soif. Le directeur s'aperçoit qu'il peut alors disposer ses musiciens par rangs de cinq, tous complets.

Encore plus tard, c'est un troisième musicien qui abandonne, sur défaillance. Le directeur demande aux musiciens qui restent de former des rangs de six, Tous les rangs sont de nouveau complets, mais il y en a moins de vingt-cinq maintenant.

**Combien y avait-il de musiciens au début du défilé ?**

**Expliquez votre raisonnement et indiquez combien il y a de solutions.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : multiplication et division, multiples et diviseurs

**Analyse de la tâche**

- Lire l'énoncé et comprendre que, lorsqu'un musicien quitte le défilé, le rang dans lequel il était devient incomplet et qu'il faut donc modifier le nombre de personnes par rang pour que tous soient à nouveau complets.
- Comprendre que si les rangs de 3, puis 4, puis 5, et puis 6 sont tous complets, le nombre total de musiciens restants est successivement, un multiple de 3, de 4, de 5 et de 6 et que, simultanément, les séquences cherchées se composent de quatre nombres consécutifs, dans l'ordre décroissant.

  Chercher d'abord des multiples de 3 supérieurs à 78 qui valent un de plus qu'un multiple de 4, (à la suite du départ du musicien qui a mal aux pieds), et en vérifiant si le nombre diminué de 1 est un multiple de 4 : 78 : non ; 81 : oui ; 84 : non ; 87 : non, 90 : non ; 93 : oui 96 : non, 99 : non, etc.

  Constater ainsi que les différentes possibilités se retrouvent de 12 en 12 :

  (81 ; 80 ... ; ... ), (93 ; 92 ; ... ;... ), (105 ; 104 ;... ;... ), (117 ; 116 ; ... ;... ), (129 ; 128 ; ... ;...), (141 ; 140 ; ... ; ...), ...
- Parmi les séquences précédentes chercher celles dont les multiples de 4 valent un de plus qu'un multiple de 5 (à la suite du départ de celui qui meurt de soif) et constater qu'une seule convient, avec un multiple de 4 se terminant par 6 : ... (117 ; 116 ; 115 ; ...),
- Vérifier que le quatrième nombre de la séquence retenue est un multiple de 6.

Ou : comprendre que le nombre cherché doit être compris entre 78 (26x3) et 147 (24x6 +3) . Puis répondre successivement aux autres conditions : les multiples de 3 moins 1 doivent êtres des multiples de 4, qui doivent devenir multiples de 5 lorsqu'on enlève 1, etc. On peut alors utiliser une stratégie du genre du crible d'Eratosthène : écrire tous les multiples de 3 possibles : 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99, 102, 105, 108, 111, 114, 117, 120 123, 126, 129 132, 135, 138, 141, 144 ; de ces 23 multiples ne conserver que les 6 qui sont précédés d'un multiple de 4 (nombres impairs de la forme 4m + 1) : 81, 93, 105, 117, 129, 141, puis ne conserver que ceux qui valent 2 de plus qu'un multiple de 5. Il n'y a plus qu'une possibilité : 117, qui, diminué de 3 donne un multiple de 3, pair, c'est-à-dire un multiple de 6.

**Niveau :** 8

**Origine :** C.I.

## 19. FAMILLE NOMBREUSE (Cat. 8)

Albert et Béatrice viennent de se marier et souhaitent avoir trois enfants.

Albert désirerait au moins une fille et Béatrice au moins un garçon.

Un ami leur dit : dans notre petit village, seulement la moitié des couples qui ont eu trois enfants, ont eu un garçon et une fille. J'estime donc qu'il n'y a qu'une chance sur deux que vos souhaits se réalisent.

**Que pensez-vous de l'affirmation de l'ami ?**

**Albert et Béatrice peuvent-ils espérer mieux ?**

**Expliquez et commentez votre réponse.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : fractions
- Combinatoire : approche de la notion de probabilité

**Analyse de la tâche**

- Se rendre compte qu'il faut vérifier l'affirmation « une chance sur deux », qui correspond bien au cas spécifique du village mais doit être examinée dans le cas général
- Déterminer les différentes compositions des familles de trois enfants : 3 garçons, 2 garçons et une fille, 1 garçon et deux filles, 3 filles, mais remarquer que ces quatre compositions n'ont pas autant de chances d'arriver les unes que les autres : par exemple, parmi les familles de 2 garçons et une fille, il faut distinguer 3 situations : f-g-g, g-f-g et g-g-f, alors que pour les familles n'ayant que des garçons, il n'y a qu'une possibilité : g-g-g.
- Dresser un inventaire de toutes les compositions possibles des familles de trois enfants, enfant par enfant, à l'aide d'un diagramme en arbre, d'un tableau ou d'une autre représentation. On obtient ainsi 8 situations ayant les mêmes chances de se produire, puisqu'on a autant de chances d'avoir une fille ou un garçon: f-f-f ; f-f-g ; f-g-f ; f-g-g ; g-f-f ; g-f-g ; g-g-f ; g-g-g et constater que dans 6 cas sur 8, la famille a au moins un garçon et au moins une fille.
- Considérer que la situation du village ne correspond pas à la distribution précédente et qu'elle est due au hasard, en attribuant le décalage aux dimensions réduites de l'échantillon.
- Conclure que l'expression « une chance sur deux » est inadéquate comme prévision et qu'elle devrait être remplacée par « 6 chances sur 8 » ou « 3 chances sur 4 » et que A. et B. peuvent « espérer mieux » vu que 6/8 > 1/2

**Degrés :** 8

**Origine :** Milano