No	titre	3	4	5	6	7	8	Ar.	Alg.	Gé.	Lo.	Orig.
1	Autocollants	3						X				C.I.
2	RMT 2005	3	4							X		C.I.
3	Livrez les commandes	3	4								X	SR
4	Les belles colonnes	3	4	5				X			X	SR+rB
5	Le foulard de grand-mère	3	4	5						X		PR
6	Les trois lapins		4	5	6			X			X	SR
7	La plaque de voiture		4	5	6			X			X	AO+rB
8	L'horloge			5	6			X				PR
9	Grilles d'allumettes			5	6	7		X				SR+rB
10	Avec des Pentaminos			5	6	7				X	X	SR
11	Les champignons				6	7	8	X			X	SR+rB
12	Les biscuits d'Émilie				6	7	8	X				SR+rB
13	Les « Bipalindromes »					7	8	X			X	SR+rB
14	Drôle de panneau !					7	8	X	X	X		SR+rB
15	La souris					7	8				X	LU
16	Excursion à la mer						8	X	X			RV
17	Le vélo						8	X	X			SI

1. AUTOCOLLANTS (Cat. 3)

Les autocollants que Julie et Oscar collectionnent se vendent dans des enveloppes.

Dans chaque enveloppe, il y a dix feuilles d'autocollants.

Sur chaque feuille, il y a dix autocollants.

Aujourd'hui, Julie et Oscar comptent leurs autocollants.

Julie a 4 enveloppes complètes, 24 feuilles complètes hors des enveloppes et 12 autocollants séparés.

Oscar a 6 enveloppes complètes, 3 feuilles complètes hors des enveloppes et 31 autocollants séparés.

Qui a le plus d'autocollants ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication, numération décimale (échanges, centaines, dizaines et unités)

Analyse de la tâche

- Comprendre les différentes équivalences : une enveloppe vaut 10 feuilles, une feuille vaut 10 autocollants et, surtout, une enveloppe vaut 100 autocollants.
- Établir les comptes de chacun,

  en feuilles :

  Julie : 4 enveloppes = 40 feuilles, 24 feuilles, et 12 autocollants qui valent 1 feuille et 2 autocollants, au total : 65 feuilles et 2 autocollants,

  Oscar : 6 enveloppes = 60 feuilles, 3 feuilles et 31 autocollants qui valent 3 feuilles et 1 autocollant, au total 66 feuilles et 1 autocollant ;

  ou : établir les comptes correspondants, en autocollants, pour obtenir : Julie 652 et Oscar 661

  ou : faire les comptes en enveloppes et feuilles pour constater qu'ils ont chacun 6 enveloppes, qu'Oscar a 6 feuilles alors que Julie n'en a que 5, sans indiquer les autocollants isolés (information qui n'est plus nécessaire),

  ou : construire un tableau avec, pour chaque enfant, le détail des enveloppes, feuilles et autocollants et les échanges correspondants,

  ou : utiliser les connaissances sur les centaines et dizaines pour passer directement aux additions :

  Julie : 400 + 240 + 12 = 652 et Oscar : 600 + 30 + 31 = 661.
- Exprimer la conclusion en disant que c'est Oscar qui a le plus d'autocollants.

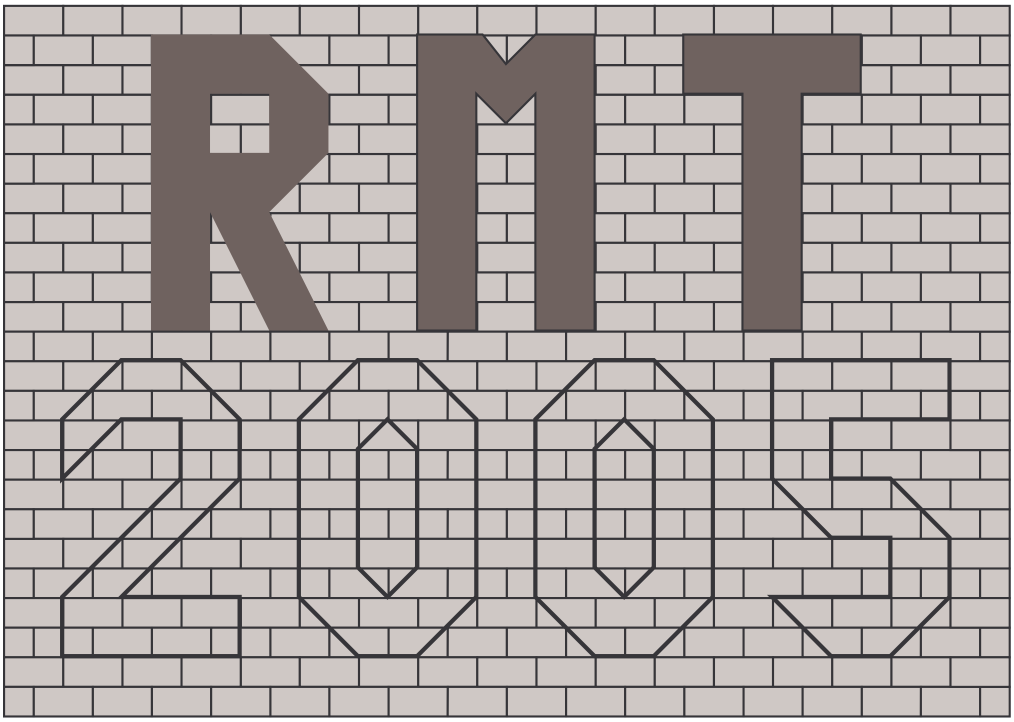
Niveau : 3

Origine : C.I.

2. RMT 2005 (Cat. 3, 4)

Sur le mur de l'école, on a peint l'intérieur des lettres R, M et T pour la prochaine finale du Rallye Mathématique Transalpin. Il reste encore à peindre l'intérieur des quatre chiffres de 2005.

Sophie va peindre, le « 2 » et le premier « 0 ». Marc peindra l'autre « 0 » et le « 5 ».



Qui utilisera le plus de peinture ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : approche de la notion d'aire, détermination de l'aire de figures par recouvrement et comptage d'unités

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que la quantité de peinture dépend de la grandeur des surfaces à recouvrir et qu'il faut trouver une (ou plusieurs) unités d'aire pour les comparer.
- Choisir, parmi les unités les plus évidentes : la « brique » (rectangle), la « demi-brique » (carré), le triangle ou demi-carré (qui permet d'avoir des nombres entiers d'unités).
- L'unité (ou les unités) choisie(s), organiser les comptages après avoir éventuellement dessiné le pavage complet en triangles ou en triangles et carrés.
- Se rendre compte qu'il est inutile de calculer l'aire des « 0 » et qu'il suffit de comparer celles du « 2 » et du « 5 ».
- Trouver les aires par comptage et conclure que c'est Marc qui utilisera le plus de peinture, en donnant par exemple, avec le carré comme unité : aire du « 2 » = 34 et aire du « 5 » = 36

Niveaux : 3 – 4

Origine : C.I.

3. LIVREZ LES COMMANDES (Cat. 3, 4)

Une fleuriste a préparé cinq bouquets de fleurs pour cinq de ses clientes :

- un bouquet d'œillets rouges ;
- un bouquet d'œillets jaunes ;
- un bouquet de tulipes rouges ;
- un bouquet de tulipes jaunes ;
- un bouquet de marguerites blanches.

On sait que :

- Mme Andrey achète uniquement des fleurs rouges ;
- Mme Basset habite à Lussy ;
- Mme Carillo et Mme Dardel veulent des fleurs jaunes ;
- Mme Lamartine et Mme Carillo veulent seulement des œillets !

À quelle cliente chacun de ces bouquets est-il destiné ?

Notez vos explications.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique et raisonnement : affirmation, négation et complémentaire, conjonction

Analyse de la tâche

- Travailler par essais non organisés.
- Tenir compte des renseignements donnés, dans un ordre libre, et en tenant compte des informations qu'elles contiennent :

  Exemple de raisonnement :

  - Mme Andrey aura les œillets rouges ou les tulipes rouges (« uniquement rouge » entraîne « ni jaune, ni blanc »),
  - Mme Carillo et Mme Dardel auront les oeillets jaunes et les tulipes jaunes,
  - Mme Carillo ne veut que des œillets, elle aura donc les œillets jaunes,
  - Mme Dardel recevra donc les tulipes jaunes (les fleurs qui restent parmi les « jaunes »),
  - Mme Lamartine veut des œillets, elle aura les rouges (puisque les jaunes sont attribués à Mme Carillo),
  - Mme Andrey recevra les tulipes rouges (les œillets rouges sont déjà attribués),
  - et enfin, Madame Basset recevra les marguerites blanches (tous les autres sont déjà attribués).
- Ou, construction d'un tableau ou d'un graphique où les élèves procèdent par éliminations et où, par exemple, après la prise en compte des quatre consignes, on s'aperçoit que Mme Carillo devra avoir les oeillets jaunes, ce qui conduira à trois autres « non » dans cette colonne et à déterminer que Mme Dardel aura les tulipes jaunes, etc.

personne|fleurs	œillets rouges	œillets jaunes	tulipes rouges	tulipes jaunes	marg. blanches
Andrey		non		non	non
Basset					
Carillo	non	oui	non	non	non
Dardel	non		non		non
Lamartine			non	non	non

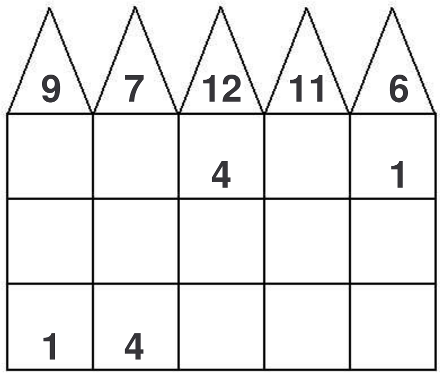
Niveaux : 3 – 4
Origine : Suisse romande

4. LES BELLES COLONNES (Cat. 3, 4, 5)

Écrivez un nombre dans chaque case en respectant les consignes suivantes :

- Vous utilisez seulement les nombres 1, 2, 3, 4, 5 mais autant de fois que vous le voulez.
- Dans chaque ligne, tous les nombres sont différents.
- Dans chaque colonne, tous les nombres sont différents.
- Pour chaque colonne, le nombre écrit dans le triangle est la somme des trois autres nombres.

Complétez les colonnes et expliquez votre raisonnement.



ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, décomposition d'un nombre en somme de trois termes
- Logique : raisonnement

Analyse de la tâche

- Trouver les décompositions possibles pour chaque colonne et s'apercevoir, au vu des contraintes de l'énoncé qu'il n'y en a qu'une seule par colonne : 3 et 5 pour la 1e et la 3e colonnes ; 1 et 2 pour la 2e colonne ; 2, 4 et 5 pour la 4e ; 2 et 3 pour la 5e.
- Placer ensuite les nombres d'une ligne ou d'une colonne en respectant les contraintes (« pas deux mêmes nombres dans une même ligne/même colonne » et « somme ») et en déduire la position des autres par déductions successives,
  par exemple : les trois cases de la 2e colonne doivent contenir, depuis le bas, les nombres : 4, 1 et 2 ; par conséquent le 5 de la 4e colonne doit être au troisième étage, ce qui entraîne la présence du 3 à cet étage dans la première colonne, etc.
- Ou : travailler par hypothèses lorsque plusieurs dispositions sont possibles,
  par exemple, placer les nombres 2, 3, 5 dans cet ordre, dans la première ligne, intervertir le 2 et le 3 en voyant que le 2 ne convient pas en première colonne et ainsi « tomber » sur la solution.
- Se rendre compte qu'il n'y a qu'une seule solution :

3	2	4	5	1
5	1	3	4	2
1	4	5	2	3

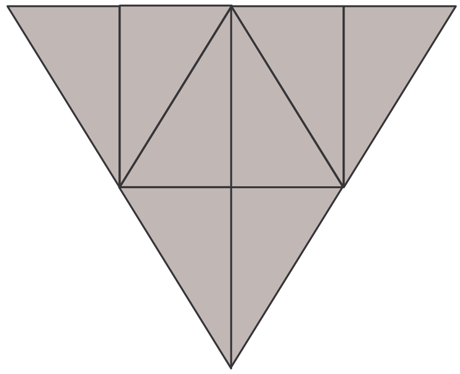
Niveaux : 3 - 4 - 5
Origine : Suisse romande, rencontre de Bourg-en-Bresse

5. LE FOULARD DE GRAND-MÈRE (Cat. 3, 4, 5)

Voici le dessin du foulard de grand-mère.

Camille, sa petite-fille, le trouve très beau parce qu'il a beaucoup de triangles.

Elle essaie de les compter tous, mais elle a du mal à le faire et n'est jamais sûre de sa réponse.



Selon vous, combien de triangles peut-on voir dans ce dessin ?

Désignez-les précisément pour qu'on puisse comprendre facilement comment vous les avez comptés.

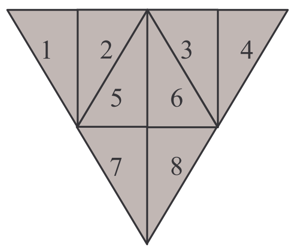
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : identification de triangles dans une figure complexe
- Logique et raisonnement : organisation d'un comptage systématique

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'on peut voir d'autres triangles que les 8 « petits » triangles rectangles qui composent le pavage de la figure.
- Identifier et dénombrer les triangles composés de deux « petits » triangles. Il y en a 6 en tout, de deux sortes :
  4 triangles équilatéraux (3 aux sommets de la figure, un - retourné - au centre),
  2 triangles isocèles au centre (placés symétriquement, avec leur long côté vertical)
- Identifier les deux triangles rectangles formés de 4 « petits » triangles.
- Prendre en compte le « grand triangle » qui fait le pourtour de la figure.
- Effectuer le total 8 + 6 + 2 + 1 = 17.
- Désigner les 17 triangles : par des couleurs sur des figures différentes (par ce procédé, il n'est pas possible de les distinguer sur une même figure), par des lettres placées aux sommets, par des numéros, etc.)
  Par exemple : les 8 « petits » : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,
  les 6 triangles de deux « petits » :1-2, 3-4, 5-6, 7-8, puis 5-7, 6-8
  les 2 triangles de quatre « petits » : 1-2-5-7, 3-4-6-8,
  le « grand » triangle : 1-2-3-4-5-6-7-8



Niveaux : 3 - 4 - 5

Origine : Parma

6. LES TROIS LAPINS (Cat. 4, 5, 6)

Trois lapins mangent des légumes dans mon potager.

Le lapin blanc mange chaque soir une carotte.

Le lapin brun mange chaque soir un navet ou, s'il n'y en a plus, 3 carottes.

Le lapin noir mange chaque soir un chou ou, s'il n'y en a plus, 3 navets ou, s'il n'y en a plus non plus, 5 carottes.

Ce matin, j'ai récolté une partie des légumes de mon potager.

J'ai laissé pour les lapins 45 carottes, 21 navets, 5 choux.

Pendant combien de jours vont-ils pouvoir se nourrir tous les trois ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : soustraction et, éventuellement, division

Analyse de la tâche

- Comprendre que les 5 premiers jours, les nombres des légumes diminueront de 1 chaque jour. Puis, dès le 6e jour, le nombre de carottes diminuera de 1 par jour, mais celui des navets diminuera de 4 par jour (pour les lapins brun et noir). Enfin, lorsqu'il n'y aura plus de navets, les lapins mangeront, à eux trois, 9 carottes par jour.

  Effectuer les opérations correspondantes : alternance de soustraction et de division pour chaque légume.
- La démarche la plus probable et la plus efficace est de faire un inventaire jour après jour, ou par tranches de temps jusqu'à épuisement d'un des légumes, en tableau ou du genre :

carottes	45	44	…	40	39	38	37	36	27	18	9	0
navets	21	20	…	16	12	8	4	0	0	0	0	0
choux	5	4	…	0	0	0	0	0	0	0	0	0
jours	0	1	…	5	6	7	8	9	10	11	12	13

  La réponse attendue est donc 13 jours.

Niveaux : 4 - 5 - 6

Origine : Suisse romande

7. LA PLAQUE DE VOITURE (Cat. 4, 5, 6)

La police recherche la voiture d'un voleur.

- un premier témoin a constaté que le numéro de la plaque a cinq chiffres, tous différents,
- un deuxième témoin se souvient que le premier chiffre est 9,
- un troisième témoin a noté que le dernier chiffre est 8,
- un quatrième témoin, qui a 22 ans, a remarqué que la somme des cinq chiffres de la plaque est égale à son âge.

Quel peut être le numéro de la plaque de la voiture que la police recherche ?

Écrivez toutes les possibilités et expliquez comment vous les avez trouvées.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition
- Logique : combinatoire

Analyse de la tâche

- Comprendre que la somme des trois chiffres centraux doit être 5 = 22 – (9 + 8). Chercher les décompositions possibles de 5 en somme de 3 termes différents et trouver les 12 combinaisons réalisables avec ces décompositions.
- Noter les 12 numéros de plaque possibles :
  9 014 8 , 9 041 8 , 9 104 8 , 9 140 8 , 9 401 8 , 9 410 8 , 9 023 8 , 9 032 8 , 9 203 8 , 9 230 8 , 9 302 8 , 9 320 8.

Niveaux : 4 - 5 - 6

Origine : Aoste, Suisse romande et rencontre de Bourg-en-Bresse

8. POUR QUI SONNE L'HORLOGE ? (Cat. 5, 6)

Pierre possède une horloge qui sonne :

- un coup à la demie de chaque heure,
- le nombre de coups indiqués par la petite aiguille à chaque heure pile.

Lorsqu'il est midi ou minuit, elle sonne 12 coups.

Lorsqu'il est midi et demi, elle sonne 1 coup.

Lorsqu'il est 13h, elle sonne 1 coup parce qu'il est une heure de l'après-midi.

Pierre remonte le mécanisme de l'horloge tous les jours entre midi et midi et demi.

Combien de coups l'horloge sonne-t-elle entre deux interventions de Pierre ?

Montrez clairement comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition et multiplication

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il se passe 24 heures avant que Pierre ne remonte l'horloge.
- Faire la liste complète de toutes les sonneries, avec le nombre de coups correspondants, puis additionner ou compter ou travailler pour toutes les heures et pour les demi-heures séparément.

ou

- Comprendre que l'horloge sonnera 24 fois 1 coup pour les demi-heures, et, effectuer les calculs 2 x (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12) = 2 x 78 = 156 pour les heures et calculer finalement le nombre total de sonneries : 180 = 156 + 24.

  ou, éventuellement, calculer (1+2+3+4+5+…+12) = 13 x 6 = 78, 78 x 2 = 156, 156 + 24 = 180, par associativité et commutativité.

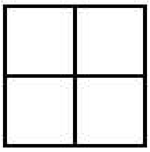
ou

- Travailler sur 12 heures, et compter les coups par tranches d'une heure : 2 x (2 + 3 + 4 + …+ 13) = 2 x 90 = 180.

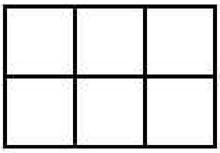
Niveaux : 5 - 6

Origine : Parma

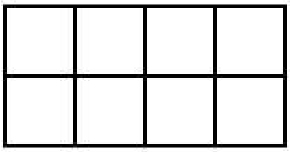
9. GRILLES D'ALLUMETTES (Cat. 5, 6, 7)



Pour construire cette figure, il a fallu 12 allumettes.



Pour cette deuxième figure, il a fallu quelques allumettes de plus !



Et pour cette troisième figure, encore davantage d'allumettes !

En continuant à construire des figures de la même façon, combien d'allumettes seront nécessaires à la construction de la 100ème ?

Justifiez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition et multiplication, éventuellement notion de fonction numérique

Analyse de la tâche

- Continuer éventuellement la suite de figures et compter pour chacune d'elles les allumettes, constituer une liste de nombres associée à celle des figures pour la compléter ensuite,
- Constater que dans la suite 12, 17, 22, 27, 32, … on passe d'un terme au suivant en ajoutant 5.
- Ajouter 99 fois 5 à 12 pour obtenir 12 + 99 x 5 = 507.

Ou / et : présenter les résultats sous forme de tableau :

figure no.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…	20	…	30	…	40	…	80	…	100
allumettes	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	…	107	…	157	…	207	…	407	…	507

et observer les séquences des chiffres 2 et 7 pour les unités, et des chiffres des dizaines pour sauter des étapes en travaillant de 10 en 10, de 20 en 20, etc.

Ou : Trouver la loi de passage qui permet ensuite de déterminer l'image de 100.

Ou : Utiliser la relation « multiplier par 5 et ajouter 7 » (l'écriture algébrique $f(x) = 5x+7$ n'est pas attendue en catégorie 5 et 6) pour trouver la réponse attendue (507).

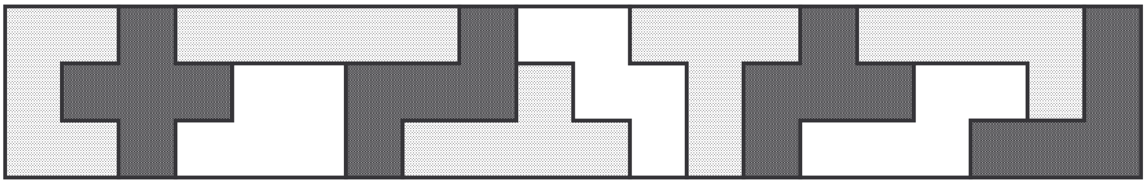
Ou : Sans construire la suite, ni passer par une procédure fonctionnelle, se rendre compte que la 100e figure aura une longueur de 101 et calculer les segments horizontaux : 3 x 101 et les verticaux 2 x 102.

Niveaux : 5 - 6 - 7

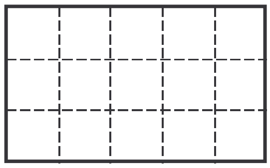
Origine : Suisse romande et rencontre de Bourg-en-Bresse

10. AVEC DES PENTAMINOS (Cat. 5, 6, 7)

Un pentamino est une figure formée de cinq carrés égaux. Il y a 12 pentaminos différents avec lesquels on peut former un rectangle de « 3 x 20 » :



Éric joue avec ses 12 pentaminos et cherche à faire un rectangle de « 3 x 5 ». Il prend une des 12 pièces, et s'aperçoit qu'il n'arrivera pas à finir son rectangle.



Quelles pièces Éric n'arrivera jamais à utiliser pour son rectangle ?

Expliquez pourquoi.

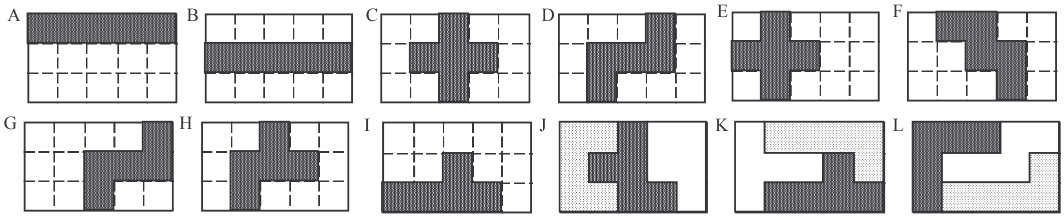
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique et raisonnement : organisation systématique
- Géométrie : observation de formes

Analyse de la tâche

- Observer que certaines pièces occupent 3 couches de carrés dans la grille, d'autres seulement 2, ou 1 couche (A, B).
- Constater que la « barre » (A), ne laisse que deux couches qui ne pourraient être complétées que par deux pièces égales.
- Constater qu'une position centrale pour certaines pièces symétriques impliquerait qu'on devrait utiliser deux fois le même pentamino pour compléter le rectangle « 3 x 5 ». (B, C, D)
- Observer que certains pentaminos, selon leur disposition, partagent la grille en fragments qui ne comptent pas exactement 5 carrés et rendent donc toute solution impossible. (E, F, G, H)
- À la suite de ces constatations, vérifier pièce par pièce s'il est possible de compléter la grille « 3x5 » avec deux autres pentaminos différents. Par exemple en modifiant la disposition du pentamino de (H) en (J), on trouve une solution, de même pour le changement de (I) en (K).
- Constater que seuls, la « barre » (A, B), la « croix » (C, E), le « Z » (D, G) et le « W » (F) ne peuvent être utilisés. On trouve des configurations de trois pentaminos différents pour les huit autres (par exemple J, K, L)



Niveaux : 5 - 6 - 7

Origine : Suisse romande et rencontre de Bourg-en-Bresse

11. LES CHAMPIGNONS (Cat. 6, 7, 8)

Mon oncle et ses quatre enfants, Anna, Bruno, Céline et Daniel, sont allés aux champignons.
- Ils ont cueilli 30 champignons en tout.
- Chacun a récolté au moins deux champignons.
- Anna et Céline ont, ensemble, moins de 8 champignons.
- Ce n'est pas Anna qui a récolté le moins de champignons.
- Le nombre de champignons de Céline est le tiers du nombre de ceux de Bruno.
- Daniel, à lui seul, a récolté autant de champignons que mon oncle et Anna.

Combien chacun a-t-il pu récolter de champignons ?

Justifiez vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication
- Logique : gestion de plusieurs conditions simultanées
- Algèbre : résolution d'un système d'équations et inéquations du premier degré à 5 inconnues

Analyse de la tâche

- Chercher les répartitions possibles des champignons dans les paniers d'Anna et de Céline et trouver les 5 possibilités respectant les contraintes de l'énoncé : 5 et 2 ; 4 et 3 ; 4 et 2 ; 3 et 3, 3 et 2, à ce moment de la recherche.
- Calculer le nombre correspondant de champignons de Bruno dans les cinq cas puis la différence entre le nombre total de champignons et la somme des champignons récoltés par Anna, Céline et Bruno, c'est-à-dire ceux de mon oncle et Daniel ensemble.
- Calculer enfin les deux derniers nombres, à partir de la somme connue : D + O et de la relation donnée par l'énoncé : D = O + A. On peut procéder par essais successifs ou par un raisonnement arithmétique avec substitution, correspondant à une procédure algébrique. (Par exemple, en substituant O+A à D dans l'expression connue D + O, on obtient 2xO + A, puis en enlevant A on arrive à 2xO.

  Les résultats peuvent être organisés en tableau, par exemple :

Anna	Céline	Bruno	A+B+C	D + 0	Daniel	Oncle
5	**2**	**6**	13	17	**11**	**6**
4	**3**	**9**	16	14	**9**	**5**
4	**2**	**6**	12	18	**11**	**6**
3	3	9	15	15	9	6
3	**2**	**6**	11	19	**11**	**8**

- Le contrôle de la condition « Ce n'est pas Anna qui a récolté le moins de champignons » élimine la 4e hypothèse et il ne reste que les solutions, remises dans l'ordre A, B, C, D, O : (5, 6, 2, 11, 6) ; (4, 9, 3, 9, 5) ; (4, 6, 2, 11, 6) ; (3, 6, 2, 11, 8).

Niveaux : 6 - 7 - 8

Origine : Suisse romande, et rencontre de Bourg-en-Bresse

12. LES BISCUITS D'ÉMILIE (Cat. 6, 7, 8)

Émilie a confectionné des petits biscuits, entre 300 et 500.

Elle réfléchit à la façon dont elle pourrait les emballer dans plusieurs sachets contenant le même nombre de biscuits :

- si elle met 9 biscuits par sachet, il lui en restera 5,
- si elle met 8 biscuits par sachet, il lui en restera 7,
- si elle met 12 biscuits par sachet, il lui en restera 11,
- si elle met 16 biscuits par sachet, il lui en restera 15.

Combien de biscuits Émilie a-t-elle faits ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : multiples, multiples communs, addition

Analyse de la tâche

- Comprendre que, pour chacune des conditions, il y a une infinité de nombres possibles, obtenus à partir des multiples respectifs de 9, 8, 12, et 16 par addition de, respectivement, 5, 7, 11 et 15.
- Établir les quatre listes de nombres et éventuellement, faire ressortir les éléments communs à une ou plusieurs listes (en couleur, par des marques, etc.) :

  multiples de 8 augmentés de 7 : 7,15, **23**, 31, 39, **47**, 55, 63, 71, 79, 87, **95**, 103, 111, 119, 127, 135, **143**, 151, 159, **167**, …

  multiples de 9 augmentés de 5 : 5, 14, **23**, 32, 41, 50, 59, 68, 77, 86, **95**, 104, 113, 122, 131, 140, 149, 158, **167**, 176, …

  multiples de 12 augmentés de 11 : 11, **23**, 35, **47**, 59, 71, 83, **95**, 107, 119, 131, **143**, 155, **167**, 179, …

  multiples de 16 augmentés de 15 : 15, 31, **47**, 63, 79, **95**, 111, 127, **143**, 159, 175, 191, …
- Constater que 95 est la première occurrence commune dans les quatre suites et voir d'autres régularités comme les éléments communs aux trois premières suites qui apparaissent en 23, 95, 167, …, de 72 en 72, (ppmc de 8, 9, 12), ou comme les éléments communs aux trois suites "8", "12" et "16" qui apparaissent en 47, 95, 143, … de 48 en 48 (ppmc de 8, 12 et 16), etc.

  et poursuivre par des raisonnements du même genre jusqu'à 383.

  Ou, selon une méthode experte, chercher directement le ppmc de 8, 9, 12, 16, qui est 144, puis établir la liste des multiples de 144 auxquels on ajoute 95 : 95, 239, 383, 527 et choisir le 383, qui se situe entre 300 et 500.

  Ou se rendre compte que, si x est le nombre cherché, $x+1$ est multiple de 8, 12 et 16, c'est-à-dire de 48. Chercher, parmi les multiples de 48 compris entre 300 et 500 (336, 384, 432, 480) celui qui, lorsqu'on lui enlève 1, donne un reste de 5 par une division par 9 (335:9 = 37 r=2, 383:9 = 42 r=5, 431:9 = 47 r=8, 479:9 = 53 r=2) et trouver ainsi 383.

Niveaux : 6 - 7 - 8

Origine : Suisse romande et rencontre de Bourg-en-Bresse

13. LES « BIPALINDROMES » (Cat. 7, 8)

Au pays des Bipalindromes, toutes les plaques de voitures portent un nombre de six chiffres différents de 0 et chaque nombre est formé de deux palindromes de trois chiffres.

Un palindrome est un nombre ou un mot qui se lit de la même manière de droite à gauche et de gauche à droite comme par exemple 121.

Voici des plaques de voitures du pays des Bipalindromes

121 787 ou 444 242 ou 676 141 ou 111 111

Par contre, 131 456 ne convient pas car le deuxième groupe de trois chiffres n'est pas un palindrome.

De même, 303 565 ne convient pas car le premier palindrome contient un 0 qui n'est pas autorisé au pays des Bipalindromes.

Combien de numéros de plaques de voitures différents peut-il y avoir au maximum dans ce pays ?

Expliquez votre démarche.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Nombres entiers naturels, dénombrement, organisation systématique

Analyse de la tâche

- Tenir compte des toutes les contraintes du problème : palindrome, bipalindrome, absence du 0
- Pour dénombrer toutes les plaques, il est nécessaire de passer par une organisation dans la recherche :
  Exemple : partir de 111 111, en continuant avec 111 121, 111 131, 111 141 … 111 191, (9 plaques), puis 111 212, 111 222, … jusqu'à 111 292 (à nouveau 9 plaques), puis jusqu'à 111 999, ce qui conduit donc à un total de 81 plaques commençant par 111.
- Comprendre que, comme chacun des palindromes de la 2e partie du nombre peut figurer également comme première partie du nombre, on a comme solution au problème posé : 81x 81= 6561 plaques différentes.
  Ou utiliser des dispositions graphiques ou des modèles comme, par exemple, des « compteurs » :

…	1	…

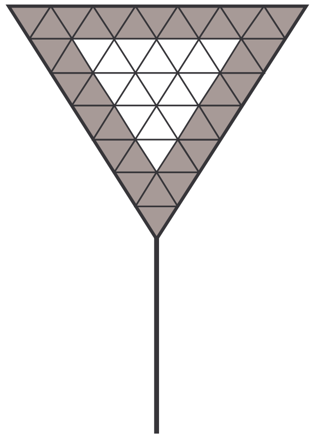
1	….	1

le 1 est fixe dans la case centrale du premier compteur et les chiffres varient de 1 à 9 dans les autres cases, ce qui donne 81 possibilités, ou le 1 est fixe dans les cases « extérieures » du second et les chiffres varient de 1 à 9 dans la case centrale, ce qui donne aussi 81 possibilités, ce qui conduit à 81x 81= 6561 combinaisons des deux compteurs.

Niveaux : 7 - 8

Origine : Suisse romande et rencontre de Bourg-en-Bresse

14. DRÔLE DE PANNEAU ! (Cat. 7, 8)



Ce panneau triangulaire est formé de petits triangles équilatéraux, tous isométriques.

16 d'entre eux forment un triangle intérieur et les 33 autres constituent la bordure extérieure à ce triangle.

Est-il possible de fabriquer un autre panneau triangulaire, de taille différente mais, pour lequel la bordure extérieure, toujours de même largeur, aurait le même nombre de petits triangles que la partie intérieure ?

Expliquez votre démarche et justifiez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : opérations dans l'ensemble des nombres entiers
- Algèbre : recherche de fonctions, égalité de fonctions, éventuellement résolution d'équation

Analyse de la tâche

- Comprendre ce qu'on entend par « bordure » et « triangle intérieur » en vérifiant les données : 16 et 33 triangles.
- Dessiner d'autres figures, constater, au passage, que la mesure du côté du triangle intérieur vaut toujours 3 de moins que celle du triangle extérieur.
- Relever les dimensions et aires correspondantes des deux triangles et de la bordure, par exemple :

mesure du côté du triangle extérieur :	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
mesure du côté du triangle intérieur :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
aire du grand triangle :	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
aire du triangle intérieur (I):	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
aire de la bordure (B):	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63

et éventuellement ajouter une ligne pour la différence entre l'aire de la bordure et celle du triangle intérieur :

différence B – I	9	14	17	18	17	14	9	2	-7	-18

- L'observation des dernières lignes mène à la conclusion qui s'impose : il n'y a pas de valeur qui permette d'obtenir un panneau répondant à la condition fixée. C'est pour un triangle intérieur de côté 7 que I et B sont les plus proches (49 et 51), au-delà. c'est I qui l'emporte (fonction « élever au carré ») sur B (fonction « multiplier par 6 et ajouter 9 »).

Ou : par un raisonnement algébrique, montrer que, si les aires I et B étaient égales, du fait que les aires des triangles exprimées en petits triangles sont des carrés, on aurait une équation du type $2n^2 = m^2$, ou $m = n\sqrt{2}$. On serait alors en présence d'une contradiction puisque $\sqrt{2}$ est irrationnel et m et n devraient être des nombres naturels. Ce raisonnement permet d'affirmer qu'il n'y a pas de solution, même pour des bordures plus larges.

Niveaux : 7 - 8

Origine : Suisse romande et rencontre de Bourg-en-Bresse

15. LA SOURIS (Cat. 7, 8)

Un petit blagueur a secrètement mis une souris dans la veste de l'institutrice.
On découvre assez vite que le coupable est l'un des trois élèves suivants : Claude, Marco ou Pedro.
Claude dit : « Ce n'était pas moi. »
Marco prétend : « C'était Pedro. »
Pedro proteste : « C'était Claude. »

Sachant qu'un seul des élèves dit la vérité et que deux d'entre eux sont des menteurs, aidez le détective à mener l'enquête pour savoir qui ment et qui pourrait être le coupable.

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI :

Domaine de connaissances

- Logique

Analyse de la tâche

- Dresser une liste des différentes possibilités :
  - A) Claude dit la vérité (a_1) Marco ou Pedro est coupable
    Marco ment (a_2) Pedro n'est pas coupable
    Pedro ment (a_3) Claude n'est pas coupable
    Marco serait le coupable

  - B) Claude ment (b_1) Claude est coupable
    Marco dit la vérité (b_2) Pedro est coupable
    Pedro ment (b_3) Claude n'est pas coupable
    Cette possibilité est à exclure puisque b_1 contredit b_2 et b_1 contredit b_3
  - C) Possibilité C :
    Claude ment (c_1) Claude est coupable
    Marco ment (c_2) Claude ou Marco est coupable
    Pedro dit la vérité (c_3) Claude est coupable
    Claude serait le coupable
- En déduire que les seules certitudes sont que Marco ment et que Pedro ne peut être coupable.
  Sans information supplémentaire, on ne peut pas savoir si c'est Claude ou Marco qui a joué le mauvais tour.

Niveaux : 7 - 8

Origine : Luxembourg et rencontre de Bourg-en-Bresse

16. EXCURSION À LA MER (Cat. 8)

Pour effectuer le trajet entre Dublin et Kinsale, une petite ville de plaisance au bord de la mer, les autobus mettent une heure exactement. À chaque heure pile, il en part, simultanément, un de Dublin vers Kinsale et un autre, de Kinsale vers Dublin.

Aldo, est à la station de Dublin. Comme l'autobus est plein, il part à pied, en même temps que le bus, en direction de Kinsale. Après avoir marché 50 minutes, il croise l'autobus qui vient de Kinsale.

Combien de temps Aldo devra-t-il encore marcher avant que le prochain autobus venant de Dublin ne le rattrape, et qu'il puisse éventuellement y monter.

Trouvez la solution et expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : fractions
- Algèbre : équations

Analyse de la tâche

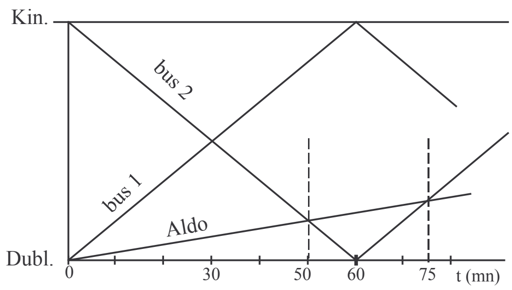
- Comprendre que le parcours effectué par Aldo en 50 minutes sera couvert par l'autobus dans les 10 minutes qui restent de la première heure, ce qui revient à dire que la vitesse de l'autobus vaut 5 fois celle d'Aldo ou que, pour une même durée, il réussit à parcourir 1/5 de ce que parcourt l'autobus.

  On peut aussi résoudre l'équation $50(v + a) = 60a$ où v et a sont les vitesses respectives d'Aldo et de l'autobus pour trouver que $a = 5v$.
- Voici une solution s'appuyant sur un schéma, par essais successifs:

  D E F G H I J K

  |——|——|——|——|——|——|——|—|—|—|——|——|——……. ———|

  Après 50 minutes de marche, Aldo rencontre l'autobus provenant de Kinsale (qui a aussi roulé 50 minutes) au point E et quand ce dernier arrive à Dublin (point D) Aldo est au point F, ayant parcouru 1/5 de DE, qui correspond à EF et à une durée de 10 minutes. Puis quand l'autobus repartant de Dublin arrive au point E, Aldo se trouve en G, ayant parcouru de nouveau 1/5 de DE en 10 (nouvelles) minutes. Si Aldo marchait encore 10 minutes, il serait en I et l'autobus en J, après l'avoir dépassé. Mais si on fait l'hypothèse que Aldo marche encore 5 minutes après G, il se trouvera en H, à la moitié du trajet GI, et l'autobus se trouvera aussi en H, à la moitié du trajet EJ. Ce dernier essai conduit à la solution : c'est le moment où l'autobus rejoint Aldo, 25 minutes après le premier croisement.
- Voici une résolution graphique avec les déplacements des autobus et de Aldo et la détermination des points d'intersection (Aldo – bus 2) par un dessin précis. (Cette procédure demande une maîtrise des représentations de la fonction t—> d et en particulier la connaissance que les vitesses correspondent à la pente des droites).



- Une solution algébrique nécessite un choix judicieux de l'inconnue et la maîtrise, même à un niveau intuitif de la relation entre vitesse, distance et durée, $v = d/t$:

  Aldo, après x minutes, de son départ de Dublin, aura parcouru, à la vitesse v, une distance de xv km ;

  durant la même durée x, l'autobus, à la vitesse $5v$, aura parcouru depuis son départ de Kinsale la distance $5vx$, qui comprend le parcours Kinsale-Dublin (60 minutes à la vitesse $5v$, c'est-à-dire $60\ (5v)$) et le parcours d'Aldo ;

  on en tire la relation : distance parcourue par l'autobus = distance K-D + distance parcourue par Aldo, traduite par l'équation $5vx = 60\ (5v) + xv$, après une simplification par v, l'équation devient : $5x = 300 + 4x$ dont la solution est 75. Il faut retrancher les 50 minutes jusqu'au premier croisement pour obtenir la durée demandée : 25 = 75 – 50.
- Voici encore une solution mixte avec tableau et considérations algébriques :

Une fois qu'on a déterminé que la vitesse d'Aldo est le 1/5 de celle de l'autobus, on peut dire qu'Aldo met 300 minutes pour parcourir le trajet. En divisant le trajet en 300 unités *u*, on peut dire que, en 1 minute, Aldo parcourt 1 *u,* et que l'autobus en parcourt 5. Ainsi, quand l'autobus repart de Dublin, Aldo se trouve au point 60 *u*. Le problème peut alors se résoudre par essais successifs, ou à l'aide d'un tableau de ce genre :

	distance de Dublin en *u*	
	Aldo	l'autobus
après 60 minutes	60	0
après 70 minutes	70	50
après 71 minutes	71	55
après 72 minutes	72	60
après 73 minutes	73	65
après 74 minutes	74	70
après 75 minutes	75	75

et on arrive à la solution : 25 minutes (75 – 50)

ou, par équations, on exprime l'égalité des deux distances de Dublin à partir du tableau : la distance parcourue par Aldo depuis Dublin après que l'autobus soit repartit de Dublin est $60 + x$ et la distance correspondante de l'autobus est $5\,x$, d'où $60 + x = 5x$ et enfin $x = 15$,

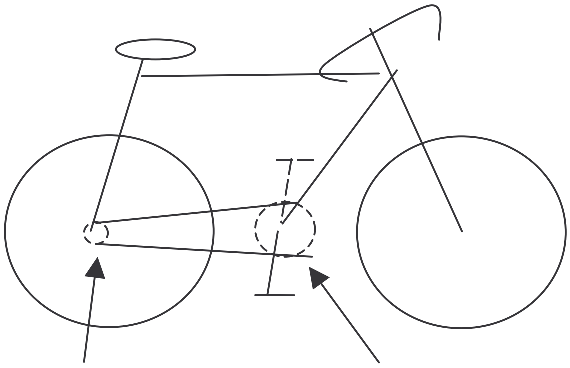
mais aussi, sans passer par le tableau, si on désigne par d la distance de Dublin à Kinsale, l'autobus parcourt en une minute une distance pari de $d/60$, alors qu'Aldo en parcourt $d/300$. Si x est le nombre de minutes du déplacement, ils se retrouvent lorsque $(d/60)\,x = d + (d/300)\,x$, ce qui conduit à $x = 75$.

Niveau : 8

Origine : Riva del Garda

17. LE VÉLO DE COURSE (Cat. 8)

Quand il ne pleut pas, Louis se rend à l'école avec son vélo de course



(Le rapport entre le nombre de dents du pédalier et celui du dérailleur donne le nombre de tours que la roue effectue à chaque tour du pédalier.)

À l'aller, pour gagner du temps, il utilise un grand rapport : 55 dents au pédalier et 11 dents au dérailleur. Au retour, plus fatigué, il utilise un rapport plus faible : 42 dents au pédalier et 14 dents au dérailleur.
À l'aller, il lui faut 100 tours de pédales pour arriver à l'école alors qu'au retour, après 100 tours, il lui manque encore 400 mètres pour arriver à la maison.

À quelle distance de l'école se trouve la maison de Louis ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : fractions, rapports
- Mesures : vitesse, distance

Analyse de la tâche

- Considérer que 55/11 = 5 et que 42/14 = 3 et par conséquent, qu'en un tour de pédale, Louis effectue au retour les 3/5 du parcours correspondant de l'aller. Alors, avec le même nombre de tours de pédale qu'il a faits à l'aller, il effectue au retour les 3/5 de la distance totale. Les 400 constituent donc les 2/5 de la distance, qui vaut ainsi **1 km**. (Cette solution ne fait pas intervenir le nombre 100, qui est superflu pour ce type de raisonnement.)

Ou :

- Considérer qu'en 100 tours de pédale, à l'aller, la roue de la bicyclette effectue (55/11) x 100 = 500 tours qui permettent d'accomplir la distance totale. En 100 tours de pédale, dans le rapport du retour, la roue effectue (42/14) x 100 = 300 tours. Les 400 mètres qui manquent correspondent à 200 tours de roue , ce qui revient à 2 m par tour de roue. La distance totale, couverte en 500 tours est donc de 2 x 500 = **1000 mètres.**.

Niveau : 8

Origine : Siena